Разработаны алгоритмы построения точных решений задачи распада разрыва с прерывными волнами. Выполнена их численная реализация и проведено сравнение с лабораторным экспериментом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Стокер Дж. Дж.* Волны на воде. Математическая теория и приложения. М.: Изд-во иностр. лит., 1959.

2. *Остапенко В. В.* Гиперболические системы законов сохранения и их приложение к теории мелкой воды. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2004.

В. И. Данченко, Е. Н. Кондакова (Владимир)
danch@vpti.vladimir.ru, kebox@mail.ru

ОБ ОСОБЫХ УЗЛАХ ИНТЕРПОЛЯЦИИ НАИПРОСТЕЙШИМИ ДРОБЯМИ[1]

Наипростейшей дробью (н.д.) порядка n называется рациональная функция вида $R_n(x) = Q'_n(x)/Q_n(x)$ с унитарным многочленом $Q_n(x) = x^n + \sum_{k=0}^{n-1} q_k x^k$. Задача интерполяции $R(x_k) = y_k$ посредством н.д. R_n по вещественной таблице $T_n := \{(x_k, y_k)\}_{k=1}^n$ с простыми узлами x_k сводится к отысканию вещественного многочлена Q_n, удовлетворяющего системе уравнений

$$Q'_n(x_k) = y_k\, Q_n(x_k), \quad k = 1, \dots, n. \tag{1}$$

В [1] отмечен особый случай неразрешимости задачи интерполяции, когда система (1) совместна, но для одного из ее решений Q_n в некоторых узлах x_k выполняются равенства $Q_n(x_k) = Q'_n(x_k) = 0$ и, следовательно, $R_n(x_k) = \infty$. Такие узлы x_k назовем *особыми узлами* (относительно Q_n). Систему (1) назовем задачей обобщенной интерполяции [1].

Нами исследуется вопрос о возникновении особого узла x_{n+1} при расширении таблицы интерполяции T_n до новой таблицы T_{n+1} (с сохранением первых n элементов (x_k, y_k)). Пусть T_n – таблица, которой соответствует единственная н.д. R_n обобщенной интерполяции (1). Через $R^*_{n+1} = V'/V$ обозначим н.д. порядка $n+1$, которая однозначно определяется тем, что она также интерполирует (в обобщенном смысле) таблицу T_n, а порождающий ее многочлен имеет вид $V(x) = x^{n+1} + \sum_{k=0}^{n-1} v_k x^k$ [2]. Дополненным графиком gR_n вещественной н.д. $R_n = Q'_n/Q_n$ назовем объединение ее обычного графика с вертикальными асимптотами в полюсах R_n, в которых многочлен Q_n имеет нуль не ниже второго порядка. Показано, что отличные от $x_1, \dots, x_n$ особые узлы x_{n+1} могут возникать

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке АВЦП РНПВШ (рег. номер 2.1.1/12115) и РФФИ (проекты 11-01-00952-а, $11-01-97517$-р_центр_а).

лишь на множестве абсцисс точек пересечения графиков $gR_n \cap gR^*_{n+1}$. Получен также алгоритм для вычисления особых узлов как решения определенных алгебраических уравнений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кондакова Е. Н.* Особые случаи интерполяции посредством наипростейших дробей // Междунар. конф. по дифференциальным уравнениям и динамическим системам. Суздаль, 2010. С. 105–106.

2. *Кондакова Е. Н.* Об интерполяции наипростейшими дробями // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. 2009. Т. 9. Сер. Математика. Механика. Информатика, вып. 2. С. 30–37.

В. И. Данченко, Е. Н. Кондакова (Владимир)
danch@vpti.vladimir.ru, kebox@mail.ru

КРИТЕРИЙ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ОСОБЫХ УЗЛОВ В ЗАДАЧЕ ИНТЕРПОЛЯЦИИ НАИПРОСТЕЙШИМИ ДРОБЯМИ[1]

Мы используем определения и обозначения из нашей заметки «Об особых узлах интерполяции наипростейшими дробями», представленной в этом же сборнике тезисов. Пусть $T_n = \{(x_k, y_k)\}_{k=1}^n$ — таблица интерполяции, для которой существует и единственна н.д. $R_n(x) = Q'_n(x)/Q_n(x)$ обобщенной интерполяции.

Теорема 1. *В дополненной таблице $T_{n+1} = \{(x_k, y_k)\}_{k=1}^{n+1}$ узел x_{n+1} является особым для одного из решений R_{n+1} обобщенной задачи интерполяции, если и только если совместна система из $n+2$ линейных уравнений (относительно $q_0, \ldots, q_n$)*

$$\begin{pmatrix} y_1 & y_1x_1 - 1 & \ldots & y_1x_1^n - nx_1^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \ldots & \vdots \\ y_n & y_nx_n - 1 & \ldots & y_nx_n^n - nx_n^{n-1} \\ 1 & x_{n+1} & \ldots & x_{n+1}^n \\ & 1 & \ldots & nx_{n+1}^{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ \vdots \\ \cdot \\ q_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (n+1)x_1^n - y_1x_1^{n+1} \\ \vdots \\ (n+1)x_n^n - y_nx_n^{n+1} \\ -x_{n+1}^{n+1} \\ -(n+1)x_{n+1}^n \end{pmatrix}$$

В терминах введенной в другой нашей заметке функции $R^*_{n+1} = V'/V$ этот критерий можно записать в виде следующей теоремы.

Теорема 2. *Все особые узлы x_{n+1} являются корнями алгебраического уравнения*

$$Q'_n(x_{n+1})V(x_{n+1}) - V'(x_{n+1})Q_n(x_{n+1}) = 0. \tag{1}$$

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке АВЦП РНПВШ (рег. номер 2.1.1/12115) и РФФИ (проекты 11-01-00952-а, 11-01-97517-р_центр_а).