$$D = \left\{ \theta = (\theta_1, \ldots, \theta_n) \in \mathbb{R}^n : \sum_{i=1}^{n} \theta_i = 1,\, \theta_i \geq a_i, i = \overline{1, s} \right\}. \qquad (2)$$

Теорема 1. *Решение задачи* (1)–(2) *существует тогда и только тогда, когда либо* $s < n$, *либо* $s = n$ *и* $\sum\limits_{i=1}^{n} a_i \leq 1$.

Далее, если только $s = n$, считаем, что $\sum\limits_{i=1}^{n} a_i \leq 1$. Положим $\nu = \sum\limits_{i=1}^{n} {\sigma_i}^{-1}$.

Теорема 2. *Пусть* $l \in \overline{1, s}$ *удовлетворяет двойному неравенству:*

$$\min_{i=\overline{1,s}\setminus\{l\}} (a_l/a_i) \Big/ \left(1 + \sum_{j=1, j\neq i, j\neq l}^{n} \sigma_i/\sigma_j + a_l/a_i\right) > a_l > 1/(\sigma_l \nu) \qquad (3)$$

Тогда решением задачи (1)–(2) *будет вектор* $\theta^* = ({\theta_1}^*, \ldots, {\theta_n}^*)$:

$$\theta_l^* = a_l, \theta_i^* = (1 - a_l) \Big/ \left(1 + \sum_{j=1, j\neq i, j\neq l}^{n} \sigma_i/\sigma_j\right), \quad i \in \overline{1, n} \setminus \{l\}. \qquad (4)$$

Пример. Пусть $n = 3$, $\sigma_1 = 5, \sigma_2 = 4, \sigma_3 = 1$, $b_1 = 0.1$, $b_2 = 0.2$, $b_3 = 0.15$. Выполняется (9) для $l = 2$, $\theta^* = (2/15, 1/5, 2/3)$.

В. В. Галатенко (Москва)
vvgalatenko@yahoo.com

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧИСЛА СЛАГАЕМЫХ В ЛИНЕЙНОЙ КОМБИНАЦИИ ЭКСПОНЕНТ[1]

Рассматривается следующая задача. Известно, что функция $f(x)$ ($x \in \mathbb{R}$) имеет вид $\sum\limits_{n=1}^{N} \alpha_n e^{\beta_n x}$, где α_n — ненулевые действительные числа, β_n — попарно различные действительные числа. При этом ни α_n, ни β_n, ни N неизвестны. Также известны значения функции $f(x)$ (на всей прямой, на отрезке, или на равномерной сетке, в которой точек заведомо не меньше, чем $2N$). Требуется по этим данным восстановить N.

Следует отметить, что после того, как значение N восстановлено, могут быть восстановлены и значения α_n, β_n ($n = 1, 2, \ldots, N$): это может быть достигнуто, например, применением метода Прони (см. [1, 2]).

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-01-00476) и программы «Ведущие научные школы РФ» (проект НШ-979.2012.1).

Также следует отметить, что рассматриваемый метод восстановления N базируется на тех же идеях, что и метод Прони: в его основе лежат стандартные свойства решений линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.

Теорема. *Пусть Δ — произвольное ненулевое действительное число, $f_k(x) = f(x - k\Delta)$ $(k \in \mathbb{Z}^+)$. Тогда (i) при $K = N-1$ (и, следовательно, при всех $K < N$) система функций $\{f_k\}_{k=0}^K$ линейно независима на $\mathbb{R}$ (и, более того, линейно независима на равномерных сетках, состоящих по крайней мере из N точек); (ii) при $K = N$ (и, следовательно, при всех $K \geqslant N$) система функций $\{f_k\}_{k=0}^K$ линейно зависима на $\mathbb{R}$ (а, значит, и на любом подмножестве $\mathbb{R}$).*

Теорема может быть перенесена и на случай комплексных α_n, β_n, однако это требует добавления некоторых условий; без дополнительных условий утверждение теоремы в этом случае неверно.

Полученный результат применим, в частности, при исследовании сложных биологических растворов для определения числа присутствующих в растворе ферментов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Prony G. R. B.* Essai experimental et analysique ... // J. de L'Ecole Polytechnique. 1795. Vol. 1(2). P. 24–76.

2. *Beylkin G., Monzon L.* On approximation of functions by exponential sums // Appl. Comput. Harmon. Anal. 2005. Vol. 19. P. 17–48.

Ю. А. Гладышев (Калуга)

dvoryanchikova_y@mail.ru

О ПОСТРОЕНИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ОБОБЩЕННЫХ СТЕПЕНЕЙ БЕРСА С ЗАДАННЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ НА ГРАНИЦАХ ПРОМЕЖУТКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Ранее было доказано [1] существование и определен процесс нахождения обобщенных степеней Берса $X^{(2p+1)}(x; x_1, x_2)$ с нулевыми значениями на краях промежутка при целом $p > 0$.

Для решения ряда краевых задач и дальнейших обобщений необходимо построить последовательность степеней

$$X^{(2p+1)}(x; x_1, x_2; g_0^{(1)}, \ldots, g_\rho^{(1)}, g_0^{(2)}, \ldots, g_\rho^{(2)}),$$

которые обладают свойствами

$$D_2 D_1 X^{(2p+1)}(x; x_1, x_2; g^{(1)}, g^{(2)}) = (2p+1)2p X^{(2p-1)}(x; x_1, x_2; g^{(1)}, g^{(2)}) \quad (1)$$