Теорема 1. *Решение задачи* (1) *существует и единственно. Для того чтобы* $A \in R^{n+1}$ *был решением задачи* (1), *необходимо и достаточно чтобы нашлось* $\sigma := \left\{t_{j_0} < \ldots < t_{j_{n+1}}\right\} \subset T$, $t_s \in \sigma \quad (s = j_r)$ *и* h, *чтобы для* $i = 0$ *или* $i = 1$ *выполнялись равенства:*

$$y_{1.5+(-1)^k(0.5-i),j_k} - p_n\left(A, t_{j_k}\right) = (-1)^{k+i} h, \quad k = \overline{0, n+1} \setminus \{r\}, \tag{2}$$

$$y_{1.5+(-1)^k(0.5-i),j_r} = p_n\left(A, t_{j_r}\right) \tag{3}$$

и $\rho(A) = h$.

Разработана рациональная процедура решения задачи (1) на основании алгоритма Вале – Пуссена. Приведём преобразование текущего «базиса» σ для задачи П. Л. Чебышёва с ограничением ($y_{2,k} = y_{1,k}$, $k = \overline{0, N}$). Произвольно берём σ, полагаем $i = 2$. Находим A и h, решая систему (2)–(3). Если $\rho(A) = |h|$ выполняется, получено решение задачи. Иначе находим $q: \rho(A) = |y_{2,q} - p_n(A, t_q)|$. В новый базис включаем узел t_q. Для выбора узла, исключаемого из базиса, анализируются случаи расположения t_q относительно узлов базиса. Рассмотрим один из них. Если $t_q > t_{j_{n+1}}$, то а) при $r = n+1$, если величина $(y_{2,q} - p_n(A, t_q))(y_{2,j_n} - p_n(A, t_{j_n})) > 0$, из базиса исключаем узел t_{j_0}, а если эта величина отрицательна, исключаем узел t_{j_n}, б) при $r < n+1$, если величина $(y_{2,q} - p_n(A, t_q))(y_{2,j_n} - p_n(A, t_{j_n})) > 0$, из базиса исключаем узел $t_{j_{n+1}}$, а если эта величина отрицательна, при $r = 0$ исключаем узел t_{j_1}, а при $r > 0$ исключаем узел t_{j_0}.

И. Ю. Выгодчикова (Саратов)
VigodchikovaIY@info.sgu.ru

О ЗАДАЧЕ РАВНОМЕРНОГО СНИЖЕНИЯ РИСКА ФИНАНСОВОГО ПОРТФЕЛЯ[1]

Пусть θ_i — доли финансовых активов n видов в инвестиционном портфеле, $0 \le a_i \le 1$, $i = \overline{1, s}$, $s \le n$. В качестве рисковых показателей σ_i могут выступать среднеквадратические отклонения доходностей, либо иные показатели негативного для инвестора характера.

Требуется равномерно распределить риски (σ_i) между всеми активами, взвесив их по долям активов в портфеле, за счёт выбора этих долей:

$$\Psi(\theta) := \max_{i=\overline{1,n}} \sigma_i \theta_i \longrightarrow \min_{\theta \in D}, \tag{1}$$

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ (проект НШ-4383.2010.1).

$$D=\left\{\theta=(\theta_1,\ldots,\theta_n)\in\mathbb{R}^n:\ \sum_{i=1}^{n}\theta_i=1,\ \theta_i\geq a_i, i=\overline{1,s}\right\}. \qquad (2)$$

Теорема 1. *Решение задачи* (1)–(2) *существует тогда и только тогда, когда либо $s<n$, либо $s=n$ и $\sum\limits_{i=1}^{n}a_i\leq 1$.*

Далее, если только $s=n$, считаем, что $\sum\limits_{i=1}^{n}a_i\leq 1$. Положим $\nu = \sum\limits_{i=1}^{n}{\sigma_i}^{-1}$.

Теорема 2. *Пусть $l\in\overline{1,s}$ удовлетворяет двойному неравенству:*

$$\min_{i=\overline{1,s}\backslash\{l\}}(a_l/a_i)\Big/\left(1+\sum_{j=1,j\neq i,j\neq l}^{n}\sigma_i/\sigma_j+a_l/a_i\right)>a_l>1/(\sigma_l\nu) \qquad (3)$$

Тогда решением задачи (1)–(2) *будет вектор $\theta^*=({\theta_1}^*,\ldots,{\theta_n}^*)$:*

$$\theta_l^*=a_l,\theta_i^*=(1-a_l)\Big/\left(1+\sum_{j=1,j\neq i,j\neq l}^{n}\sigma_i/\sigma_j\right),\quad i\in\overline{1,n}\backslash\{l\}. \qquad (4)$$

Пример. Пусть $n=3$, $\sigma_1=5,\sigma_2=4,\sigma_3=1$, $b_1=0.1$, $b_2=0.2$, $b_3=0.15$. Выполняется (9) для $l=2$, $\theta^*=(2/15,1/5,2/3)$.

В. В. Галатенко (Москва)
vvgalatenko@yahoo.com

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧИСЛА СЛАГАЕМЫХ В ЛИНЕЙНОЙ КОМБИНАЦИИ ЭКСПОНЕНТ[1]

Рассматривается следующая задача. Известно, что функция $f(x)$ ($x\in\mathbb{R}$) имеет вид $\sum\limits_{n=1}^{N}\alpha_n e^{\beta_n x}$, где α_n — ненулевые действительные числа, β_n — попарно различные действительные числа. При этом ни α_n, ни β_n, ни N неизвестны. Также известны значения функции $f(x)$ (на всей прямой, на отрезке, или на равномерной сетке, в которой точек заведомо не меньше, чем $2N$). Требуется по этим данным восстановить N.

Следует отметить, что после того, как значение N восстановлено, могут быть восстановлены и значения α_n, β_n ($n=1,2,\ldots,N$): это может быть достигнуто, например, применением метода Прони (см. [1, 2]).

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-01-00476) и программы «Ведущие научные школы РФ» (проект НШ-979.2012.1).