Для решения связанных задач аэрогидроупругости используется несколько подходов.

Первый подход основан на построении решения аэрогидродинамической части двумерной краевой задачи для уравнения Лапласа методами комплексного анализа. Второй подход основан на построении решения аэрогидродинамической части задачи разработанными для этого методами, использующими метод Фурье и представление искомых функций (потенциала скорости и прогибов пластин) в виде рядов. В обоих случаях решение задач сводится к исследованию системы связанных интегро-дифференциальных уравнений с частными производными только для функций прогибов.

Третий подход основан на разработанных численных методах и алгоритмах, которые позволяют проводить исследование динамики и устойчивости упругих элементов конструкций.

Исследование устойчивости проводится на основе методик, связанных с построением положительно определенных функционалов, соответствующих либо указанным выше системам интегро-дифференциальных уравнений с частными производными для функций прогибов, полученным при первом и втором подходе, либо исходной связанной системе дифференциальных уравнений в частных производных для двух неизвестных функций —- прогибов упругих элементов и потенциала скорости жидкости (газа).

Рассмотрены следующие классы задач о динамике элементов: крыловых профилей различных конфигураций; стенок каналов и трубопроводов различного назначения при протекании в них жидкости; датчиков давления.

С. С. Волосивец (Саратов), Б. И. Голубов (Долгопрудный)
volosivetsss@mail.ru, golubov@mail.mipt.ru

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ ИЗ ОБОБЩЕННЫХ КЛАССОВ ЛИПШИЦА[1]

Определения. Пусть функция $f:\mathbb{R}\to\mathbb{C}$ интегрируема по Лебегу на $\mathbb{R}$ ($f\in L^1(\mathbb{R})$). Тогда ее преобразование Фурье определяется равенством $\hat f(x)=(2\pi)^{-1/2}\int_{\mathbb{R}} f(t)e^{-itx}\,dt$, $x\in\mathbb{R}$. Известно, что $\hat f$ непрерывна на $\mathbb{R}$ и $\lim\limits_{x\to\infty}\hat f(x)=0$, т.е. $\hat f\in C_0(\mathbb{R})$ (см. [1, с. 19]). Для $m\in\mathbb{N}$ рассмотрим m-ю

[1]Работа первого автора поддержана РФФИ, проект 10-01-00270-а) и грантом Президента РФ (проект НШ-4383.2010.1). Работа второго автора поддержана РФФИ (проект 11-01-00321) и АВЦП Минобразования России «Развитие научного потенциала высшей школы» (проект 2.1.1/12136)

симметричную разность $\Delta_h^m f(x) = \sum\limits_{j=0}^{m} (-1)^{m-j} \binom{m}{j} f(x+(2j-m)h/2)$. Если $f \in C_0(\mathbb{R}_+)$ и $\|f\| = \sup\limits_{x \in \mathbb{R}} |f(x)|$, то величина $\omega_m(f,\delta) := \sup\limits_{0 \le h \le \delta} \|\Delta_h^m f(x)\|$, называемая m-м модулем гладкости, конечна при всех $\delta > 0$ и стремится к нулю при $\delta \to 0$. Обозначим через Φ множество непрерывных возрастающих на $\mathbb{R}_+$ функций ω, таких что $\omega(0) = 0$ и $\omega(2t) \le C\omega(t)$, $t \in \mathbb{R}_+$. Если $\omega \in \Phi$ и $\int_0^\delta t^{-1}\omega(t)\,dt = O(\omega(\delta))$, то будем говорить, что ω принадлежит классу Бари B; а если $\omega \in \Phi$ и $\delta^m \int_\delta^\infty t^{-m-1}\omega(t)\,dt = O(\omega(\delta))$, $m \in \mathbb{N}$, то будем говорить, что ω принадлежит классу Бари-Стечкина B_m (см. [2]).

Определим функциональные классы $H^{\omega,m} = \{f \in C_0(\mathbb{R}) : \omega_m(f,t) \le C\omega(t), t \in \mathbb{R}_+\}$ и $h^{\omega,m} = \{f \in H^{\omega,m} : \omega_m(f,t) = o(\omega(t)), t \to 0\}$, где $\omega \in \Phi$. Класс $H^{\omega,1}$ ($h^{\omega,1}$) при $\omega(t) = t^\alpha$, $0 < \alpha \le 1$, будем обозначать через $Lip(\alpha)$ ($lip(\alpha)$). Для $H^{\omega,2}$ и $h^{\omega,2}$ при $\omega(t) = t^\alpha$, $0 < \alpha \le 2$, будем использовать обозначения $Zyg(\alpha)$ и $zyg(\alpha)$ соответственно.

Известные результаты. Г. Сэмпсон и Г. Туй [3] и Ф. Мориц [4] установили достаточные условия принадлежности преобразования Фурье (в [3] оно понимается в несобственном смысле) классам $Lip(\alpha)$ ($lip(\alpha)$) и $Zyg(\alpha)$ ($zyg(\alpha)$). Двойственная задача об условиях принадлежности функции этим классам в терминах поведения ее преобразования Фурье изучалась в [5] и [6].

Основные результаты. Все рассматриваемые в теореме 1 интегралы понимаются как несобственные с особыми точками $+\infty$ или $-\infty$.

Теорема 1. 1) *Пусть $f \in L^1_{loc}(\mathbb{R})$, $\omega \in B_m$, $m \in \mathbb{N}$ и выполнены условия*

$$\int_y^\infty f(t)e^{-ixt}\,dt = O(\omega(y^{-1})), \quad \int_{-\infty}^{-y} f(t)e^{-ixt}\,dt = O(\omega(y^{-1})), \tag{1}$$

при $y > 0$ равномерно относительно $x \in \mathbb{R}$. Тогда $\hat{f} \in H^{\omega,m}$.

2) *Если в пункте* 1) *вместо условий* (1) *потребовать выполнения условий*

$$\int_y^\infty f(t)e^{-ixt}\,dt = o(\omega(y^{-1})), \quad \int_{-\infty}^{-y} f(t)e^{-ixt}\,dt = o(\omega(y^{-1})),$$

при $y \to +\infty$ равномерно относительно $x \in \mathbb{R}$, то $\hat{f} \in h^{\omega,m}$.

Теорема 2. 1) *Пусть $f \in L^1(\mathbb{R})$, $\omega \in B_m \cap B$, $m \in \mathbb{N}$, и выполнено условие*

$$\left|\int_0^y t^m f(t)e^{-ixt}\,dt\right| + \left|\int_{-y}^0 t^m f(t)e^{-ixt}\,dt\right| = O(y^m\omega(y^{-1})) \tag{2}$$

при $y > 0$ *равномерно относительно* $x \in \mathbb{R}$. *Тогда* $\hat{f} \in H^{\omega,m}$.

2) *Если в пункте* 1) *вместо условий* (2) *потребовать выполнения условий*

$$\int_0^y t^m f(t) e^{-ixt}\,dt = o(y^m \omega(y^{-1})), \quad \int_{-y}^0 t^m f(t) e^{-ixt}\,dt = o(y^m \omega(y^{-1})),$$

при $y \to +\infty$ *равномерно относительно* $x \in \mathbb{R}$, *то* $\hat{f} \in h^{\omega,m}$.

Теорема 3. 1) *Пусть* $f \in L^1(\mathbb{R})$, $m \in \mathbb{N}$, $\omega \in B$ *и*

$$\int_{|t|<y} |t^m f(t)|\,dt = O(y^m \omega(1/y)), \quad y > 0. \tag{3}$$

Тогда $\hat{f} \in H^{\omega,m}$.

2) *Если в пункте* 1) *вместо условия* (3) *потребовать выполнения условия*

$$\int_{|t|<y} |t^m f(t)|\,dt = o(y^m \omega(1/y)), \quad y \to +\infty, \tag{4}$$

то $\hat{f} \in h^{\omega,m}$.

Теорема 4. 1) *Пусть* $f \in L^1(\mathbb{R})$, $\hat{f} \in H^{\omega,m}$, $m \in \mathbb{N}$ *и* $t^m f(t)$ *сохраняет знак на* $\mathbb{R}$. *Тогда выполнено условие* (3).

2) *Если в пункте* 1) *заменить условие* $\hat{f} \in H^{\omega,m}$ *на* $\hat{f} \in h^{\omega,m}$, *то будет выполнено условие* (4).

Теорема 5. 1) *Пусть* $m \in \mathbb{N}$, $f \in L^1(\mathbb{R})$, $\omega \in B_m \cap B$, $\hat{f} \in H^{\omega,m}$ *и* $t^{m+1} f(t)$ *сохраняет знак на* $\mathbb{R}$. *Тогда выполнено условие* (3).

2) *Если в пункте 1) заменить условие* $\hat{f} \in H^{\omega,m}$ *на* $\hat{f} \in h^{\omega,m}$, *то будет выполнено условие* (4).

Из теорем 3–5 вытекает

Следствие 1. 1) *Пусть* $f \in L^1(\mathbb{R})$, *причем* $tf(t) \geq 0$ *или* $f(t) \geq 0$, $t \in \mathbb{R}$, $\omega \in B \cap B_m$, $m \in \mathbb{N}$. *Тогда условия* $\hat{f} \in H^{\omega,m}$, (3) *и* $\int_{|t|>y} |f(t)|\,dt = O(\omega(y^{-1}))$, $y > 0$, *эквивалентны.* 2) *В предположениях пункта* 1) *условия* $\hat{f} \in h^{\omega,m}$, (4) *и* $\int_{|t|>y} |f(t)|\,dt = o(\omega(y^{-1}))$, $y \to +\infty$, *эквивалентны.*

Определение. Если существует конечный предел

$$\lim_{h \to 0} h^{-m} \Delta_h^m f(x) = A,$$

то говорят, что *функция* f *в точке* x *имеет симметрическую производную Шварца порядка* $m \in \mathbb{N}$, *равную* A.

Теорема 6. *Пусть* $f \in L^1(\mathbb{R})$, $m \in \mathbb{N}$ *и* $\int_{|t|>y} |f(t)|\,dt = o(y^{-m})$, $y \to +\infty$. *Тогда симметрическая производная Шварца порядка* m *в точке* x *у функции* $\hat{f}$ *существует и равна* A *в том и только в том случае, когда главное значение* m *раз формально продифференцированного интеграла* $(2\pi)^{-1/2}\int_{\mathbb{R}} f(t)e^{-itx}\,dt$, *т.е.* $\lim\limits_{y\to+\infty}(2\pi)^{-1/2}\int_{-y}^{y}(-it)^m f(t)e^{-ixt}\,dt$ *существует и совпадает с* A.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Титчмарш Е.* Введение в теорию интегралов Фурье. М.: Гостехиздат, 1948.

2. *Бари Н. К., Стечкин С. Б.* Наилучшие приближения и дифференциальные свойства двух сопряженных функций // Тр. Моск. мат. общ-ва. 1956. Т. 5. С. 483–522.

3. *Sampson G., Tuy H.* Fourier transforms and their Lipschitz classes // Pacific J. Math. 1978. Vol. 75, № 2. P. 519–537.

4. *Moricz F.* Best possible sufficient conditions for the Fourier transform to satisfy Lipschitz or Zygmund condition // Studia Math. 2010. Vol. 199, № 2. С. 199–205.

5. *Moricz F.* Absolutely convergent Fourier integrals and classical function spaces // Arch. Math. 2008. Vol. 91, № 1. P. 49–62.

6. *Volosivets S.S.* Fourier transforms and generalized Lipschitz classes in uniform metric // J. Math. Anal. Appl. 2011. Vol. 383, № 1. P. 344–352.

И. Ю. Выгодчикова (Саратов)

VigodchikovaIY@info.sgu.ru

О ЗАДАЧЕ АППРОКСИМАЦИИ СЕГМЕНТНОЙ ФУНКЦИИ АЛГЕБРАИЧЕСКИМ ПОЛИНОМОМ С ОГРАНИЧЕНИЕМ ТИПА РАВЕНСТВА[1]

Пусть $T = \{t_0 < t_1 < \ldots < t_N\}$, $A = (a_0, a_1, \ldots, a_n) \in \mathbb{R}^{n+1}$, $p_n(A,t) = a_0 + a_1 t + \ldots + a_n t^n$, $N \geq n+1$, $\Phi(\cdot)$ - сегментная функция, $\Phi(t_k) = [y_{1,k}; y_{2,k}]$, $y_{2,k} \geq y_{1,k}, k = \overline{0,N}$, $\exists\ s \in \overline{0,N} : y_{2,s} = y_{1,s}$, $D := \{A \in \mathbb{R}^{n+1} : p_n(A,t_s) = y_{2,s}\}$. Рассмотрим задачу:

$$\rho(A) := \max_{k=\overline{0,N}} \max\{p_n(A,t_k) - y_{1,k}, y_{2,k} - p_n(A,t_k)\} \longrightarrow \min_{A\in D}. \qquad (1)$$

Пусть множество $\left\{i \in \overline{0,N} : y_{2,i} - y_{1,i} = \max_{k=\overline{0,N}} y_{2,k} - y_{1,k}\right\}$ содержит не менее $n+1$ элементов.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ (проект НШ-4383.2010.1).