Если λ_n собственное значение задачи (1)–(2) из [1], то $\varphi_n(x) = (\varphi_{n1}(x), \varphi_{n2}(x))^T$ (T — знак транспонирования), где $\varphi_{n1}(x) = y_{11}(x) + y_{12}(x)$, $\varphi_{n2}(x) = y_{21}(x) + y_{22}(x)$, есть собственная функция. Так как при $\lambda = \lambda_n = n\pi i + \beta_n + \alpha_n^2$ (см. [1]) имеем

$$\int_0^x e^{\pm\lambda\tau} f(x,\tau)d\tau = \int_0^x e^{\pm n\pi i\tau} f(x,\tau)d\tau \pm \beta_n \int_0^x e^{\pm n\pi i\tau} f(x,\tau)\tau d\tau + O(\alpha_n^2), \qquad (1)$$

где $f(x,\tau)$ — ограниченная функция, то по теореме 1 получаем следующий результат.

Теорема 2. *Имеют место асимптотические формулы:*

$$\varphi_{nj}(x) = e^{p_j n\pi i x}(1 + p_j\beta_n x) + \int_0^x S_j(x,\tau)(1+\beta_n\tau)e^{n\pi i\tau}d\tau +$$

$$+ \int_0^x T_j(x,\tau)(1-\beta_n\tau)e^{-n\pi i\tau}d\tau + O(\alpha_n^2), \quad j = 1, 2,$$

где $p_1 = 1$, $p_2 = -1$, $S_j(x,\tau) = M_{j1}(x,\tau) + M_{j2}(x,\tau)$, $T_j(x,\tau) = N_{j1}(x,\tau) + N_{j2}(x,\tau)$, $j = 1, 2$. *Оценка* $O(\alpha_n^2)$ *равномерна по* $x \in [0,1]$.

Замечание. Если взять $\varepsilon_n = \gamma_{nm} + \alpha_n^{m+1}$ из замечания к теореме в [1], то получим более точную асимптотику для $\varphi_n(x)$ с остаточным членом $O(\alpha_n^{m+1})$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Хромов А. П.* // (настоящий сборник)

М. Ш. Бурлуцкая (Воронеж),
В. П. Курдюмов, А. П. Хромов (Саратов)
bmsh2001@mail.ru, KhromovAP@info.sgu.ru

АСИМПТОТИКА СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ И СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ СИСТЕМЫ ДИРАКА С КВАДРАТИЧНО СУММИРУЕМЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ[1]

На отрезке $[0,1]$ рассмотрим краевую задачу (1)–(2) для системы Дирака (см. [1]) в случае $q_j \in L_2[0,1]$ ($q_j(x)$ — комплекснозначные). Все результаты из [1–3] сохраняются и в этом случае. При этом следует учесть,

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00270) и гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (проект НШ-4383.2010.1).

что теперь оценка (8) из [1] для $K_{11,n}(x,\xi)$ имеет вид

$$|K_{11,n}(x,\xi)| \leq \frac{\|q_1\| \cdot \|q_2\|}{(2n-2)!} \left(\int\limits_0^x (|q_1(t)| + |q_2(t)|)\, dt \right)^{2n-2}$$

($\| \cdot \|$ — норма в $L_2[0,1]$), функции $K_{11}(x,\xi)$, $K_{22}(x,\xi)$, $K_{12}(x,\xi) - q_2(\xi)$, $K_{21}(x,\xi) - q_1(\xi)$ ограничены, а формула (1) из [2] остается справедливой и когда $f(x,\tau)$ есть $q((x+\tau)/2)$ или $q((x-\tau)/2)$, $q(x) \in L_2[0,1]$.

В качестве приложения этих результатов получается теорема П. Джакова, Б.С. Митягина из [4].

Теорема. *Система собственных и присоединенных функций задачи* (1)–(2) *образует базис Рисса в* $L_2^2[0,1]$.

Схема доказательства. По теореме 2 [2] для любой $f \in L_2^2[0,1]$ очевидно, что $(f,\varphi_n) = \alpha_n$ (φ_n, α_n из [1, 2]). Для собственных функций φ_n^* сопряженной краевой задачи имеет место результат, схожий с теоремой 2 [2], и поэтому $(f,\varphi_n^*) = \alpha_n$, при этом $(\varphi_n,\varphi_n^*) = 2 + o(1)$. Системы собственных и присоединенных функций задачи (1)–(2) (из [1]) и сопряженной задачи полны в $L_2^2[0,1]$. Эти факты стандартно (см. [5, с.117–129]) получаются из [3]. По теореме Бари ([6, с. 374–375]) получаем утверждение теоремы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Хромов А.П.* // (настоящий сборник)

2. *Бурлуцкая М.Ш.* // (настоящий сборник)

3. *Бурлуцкая М.Ш.* // Материалы Воронежской весенней мат. школы "Понтрягинские чтения XXI": сб. статей. 2010. С. 3–9.

4. *P.Djakov, B.Mityagin* // Math. Nachr. 2010. Vol. 283, № 3. P. 443–462.

5. *Наймарк М. А.* Линейные дифференциальные операторы. М.: Наука, 1969. 526 с.

6. *Гохберг И. Ц., Крейн М. Г.* Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов. М.: Наука, 1965. 445 с.

А. В. Буробин (Обнинск)

burobin@iate.obninsk.ru

ЗАДАЧА МНОГИХ ТЕЛ В ПРОСТРАНСТВЕ ОБОБЩЕННО ИНТЕГРИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

Рассматриваются уравнения движения [1]

$$m_i \ddot{r}_i = \gamma {\sum_{j=1}^{n}}' \frac{m_i m_j (r_j - r_i)}{|r_j - r_i|^3} + I_i, \quad i = \overline{1,n},$$