М. Ш. Бурлуцкая (Воронеж)
bmsh2001@mail.ru

УТОЧНЕННЫЕ АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ СИСТЕМЫ ДИРАКА С НЕДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ[1]

На отрезке $[0,1]$ изучается краевая задача (1)–(2) для системы Дирака (см. [1]).

Получены уточненные асимптотические формулы для собственных функций (фактически полные асимптотические разложения) в трудном случае $q_j(x) \in C[0,1]$.

Так как

$$\int\limits_0^x e^{\lambda(x-2\xi)} f(\xi)\, d\xi = \frac{1}{2}\int\limits_{-x}^x e^{\lambda\tau} f((x-\tau)/2)\, d\tau =$$

$$= \frac{1}{2}\left[\int\limits_0^x e^{\lambda\tau} f((x-\tau)/2)\, d\tau + \int\limits_0^x e^{-\lambda\tau} f((x+\tau)/2)\, d\tau\right],$$

то для фундаментальной матрицы $y(x) = (y_{ij}(x))_1^2$ решений системы (1)–(2) из [1] с условием $y(0) = E$ (E— единичная матрица) на основании результатов из [1] получим

Теорема 1. *Имеют место формулы*

$$y(x) = \mathrm{diag}(e^{\lambda x}, e^{-\lambda x}) + \int\limits_0^x M(x,\tau) e^{\lambda\tau} d\tau + \int\limits_0^x N(x,\tau) e^{-\lambda\tau} d\tau,$$

где $M(x,\tau) = (M_{ij}(x,\tau))_1^2$, $N(x,\tau) = (N_{ij}(x,\tau))_1^2$,

$$M_{ij} = \frac{1}{2}K_{ij}(x,\xi_i), \quad \xi_1 = \frac{x-\tau}{2}, \quad \xi_2 = \frac{x+\tau}{2},$$

$$N_{ij} = \frac{1}{2}K_{ij}(x,\xi_i^*), \quad \xi_1^* = \frac{x+\tau}{2}, \quad \xi_2^* = \frac{x-\tau}{2},$$

и K_{ij} *определены в* [1].

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00270) и гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (проект НШ-4383.2010.1).

Если λ_n собственное значение задачи (1)–(2) из [1], то $\varphi_n(x) = (\varphi_{n1}(x), \varphi_{n2}(x))^T$ (T — знак транспонирования), где $\varphi_{n1}(x) = y_{11}(x) + y_{12}(x)$, $\varphi_{n2}(x) = y_{21}(x) + y_{22}(x)$, есть собственная функция. Так как при $\lambda = \lambda_n = n\pi i + \beta_n + \alpha_n^2$ (см. [1]) имеем

$$\int_0^x e^{\pm\lambda\tau} f(x,\tau)d\tau = \int_0^x e^{\pm n\pi i\tau} f(x,\tau)d\tau \pm \beta_n \int_0^x e^{\pm n\pi i\tau} f(x,\tau)\tau d\tau + O(\alpha_n^2), \qquad (1)$$

где $f(x,\tau)$ — ограниченная функция, то по теореме 1 получаем следующий результат.

Теорема 2. *Имеют место асимптотические формулы:*

$$\varphi_{nj}(x) = e^{p_j n\pi i x}(1 + p_j\beta_n x) + \int_0^x S_j(x,\tau)(1+\beta_n\tau)e^{n\pi i\tau}d\tau +$$

$$+ \int_0^x T_j(x,\tau)(1-\beta_n\tau)e^{-n\pi i\tau}d\tau + O(\alpha_n^2), \quad j = 1, 2,$$

где $p_1 = 1$, $p_2 = -1$, $S_j(x,\tau) = M_{j1}(x,\tau) + M_{j2}(x,\tau)$, $T_j(x,\tau) = N_{j1}(x,\tau) + N_{j2}(x,\tau)$, $j = 1, 2$. *Оценка* $O(\alpha_n^2)$ *равномерна по* $x \in [0,1]$.

Замечание. Если взять $\varepsilon_n = \gamma_{nm} + \alpha_n^{m+1}$ из замечания к теореме в [1], то получим более точную асимптотику для $\varphi_n(x)$ с остаточным членом $O(\alpha_n^{m+1})$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Хромов А. П.* // (настоящий сборник)

М. Ш. Бурлуцкая (Воронеж),
В. П. Курдюмов, А. П. Хромов (Саратов)
bmsh2001@mail.ru, KhromovAP@info.sgu.ru

АСИМПТОТИКА СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ И СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ СИСТЕМЫ ДИРАКА С КВАДРАТИЧНО СУММИРУЕМЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ[1]

На отрезке $[0,1]$ рассмотрим краевую задачу (1)–(2) для системы Дирака (см. [1]) в случае $q_j \in L_2[0,1]$ ($q_j(x)$ — комплекснозначные). Все результаты из [1–3] сохраняются и в этом случае. При этом следует учесть,

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00270) и гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (проект НШ-4383.2010.1).