

А. В. Болучевская (Волгоград)

a.v.boluch@gmail.com

СОХРАНЕНИЕ ОРИЕНТАЦИИ СИМПЛЕКСА ПРИ КВАЗИИЗОМЕТРИЧНОМ ОТОБРАЖЕНИИ¹

При построении расчетных сеток путем отображения стандартной сетки на заданную область важно контролировать искажение исходных ячеек, чтобы не допустить их вырождения при отображении. Для частного случая нерегулярных сеток — триангуляций — в [1, 2] показано, что одним из наиболее важных условий сохранения триангуляции является сохранение ориентации каждого симплекса.

Пусть задана область $D \subset \mathbb{R}^n$ и ориентированный симплекс $S \Subset D$, образованный точками $P_0, P_1, P_2, \dots, P_n \in D$. Будем говорить, что S положительно ориентирован, если $\det(P_1 - P_0, P_2 - P_0, \dots, P_n - P_0) > 0$.

Пусть отображение $f: D \rightarrow D^*$, $D^* \subset \mathbb{R}^n$ дифференцируемо п. в. и квазиизометрично, то есть существуют такие L, l , $l \leq L$, что для любых $x, y \in D$ выполнено $l|x - y| \leq |f(x) - f(y)| \leq L|x - y|$.

Пусть f дифференцируемо в точке P_0 . Через $J_f(P_0)$ обозначим якобиан f в этой точке, через $\omega(t)$ — модуль непрерывности дифференциала f , d_m — длина максимальной стороны симплекса S и $g(d_m) = \frac{1}{d_m} \int_0^{d_m} \omega(t) dt$.

Тогда выполнена

Теорема. Если якобиан отображения f в точке p_0 симплекса S удовлетворяет неравенству

$$J_f(P_0) > \frac{L^n}{V n!} \left(\left(1 + \frac{g(d_m)}{L} \right)^n - 1 \right) \prod_{i=1}^n |P_i - P_0|,$$

где V — объем симплекса S , то симплекс S' с вершинами $P'_0 = f(P_0), P'_1 = f(P_1), \dots, P'_n = f(P_n)$ имеет ту же ориентацию, что и симплекс S .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прохорова М. В. Проблемы гомеоморфизма, возникающие в теории сеток // Тр. Ин-та мат. и мех. УрО РАН. 2008. Т. 14(1). С. 112–129.

2. Клячин В. А. О гомеоморфизмах, сохраняющих триангуляцию // Записки семинара «Сверхмедленные процессы». Волгоград: Изд-во ВолГУ 2009. Вып. 4. С. 169–182.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-01-97021-р_поволжье_а).