элементами (однократных) лакунарных последовательностей (т. е. для некоторых компонент n_j вектора n выполняются условия $\frac{n_j^{(s+1)}}{n_j^{(s)}} \geq q > 1$, $s = 1, 2, \ldots$).

В работе показано также, как сформулированные выше результаты «стыкуются» с результатами, полученными ранее, см. [1–4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Блошанский И. Л.* // Докл. АН СССР. 1983. Т. 271(6). С. 1294–1298.

2. *Блошанская С. К., Блошанский И. Л.* // Докл. АН России. 1993. Т. 332(5). С. 549–552.

3. *Bloshanskii I. L.* // Intern. J. of Wavelets, Multiresolution and Inform. Processing. 2004. Vol. 2(2). P. 187–195.

4. *Блошанский И. Л., Лифанцева О. В.* // Докл. АН. 2008. Т. 423(4). С. 439–442.

И. Л. Блошанский, З. Н. Цукарева (Москва)

ig.bloshn@gmail.com, zoyatsukareva@gmail.com

О СХОДИМОСТИ КРАТНЫХ РЯДОВ ФУРЬЕ С «J_k-ЛАКУНАРНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ ЧАСТИЧНЫХ СУММ» В КЛАССАХ ОРЛИЧА

Пусть $M = \{1, \ldots, N\}, N \geq 2$, $J_k = \{j_1, \ldots, j_k\} \subset M$, $j_1 < \ldots < j_k$, при $1 \leq k \leq N$ или $J_k = \emptyset$ при $k = 0$. Обозначим $\mathbb{R}[J_k] = \{x = (x_1, \ldots, x_N) \in \mathbb{R}^N \colon x_j = 0$ при $j \in M \setminus J_k\}$, $\mathbb{T}[J_k] = \{x \in \mathbb{R}[J_k] \colon -\pi \leq x_j \leq \pi$ при $j \in J_k\}$, и, в частности, $\mathbb{T}[J_N] \equiv \mathbb{T}^N = [-\pi, \pi]^N$.

Пусть $\lambda = \lambda(J_k) = (\lambda_{j_1}, \ldots, \lambda_{j_k}) \in \mathbb{Z}_+^k$, $j_v \in J_k$, $v = 1, \ldots, k$. Символом $n^{(\lambda)}[J_k] = (n_1, \ldots, n_N) \in \mathbb{Z}_+^N$ обозначим N-мерный вектор, у которого компоненты n_j с номерами $j \in J_k$ являются элементами некоторых (однократных) лакунарных последовательностей ($n_j = n_j^{(\lambda_j)}$, $n_j^{(\lambda_j+1)}/n_j^{(\lambda_j)} \geq q > 1$, $\lambda_j = 1, 2, \ldots$, и $n_j^{(\lambda_j)} \to \infty$ при $\lambda_j \to \infty$).

Далее, пусть Ω, $\Omega \subset \mathbb{T}^N$, — произвольное (непустое) открытое множество. Положим $W[J_s] = \Omega[J_s] \times \mathbb{T}[M \setminus J_s]$, $s = 1, 2$, где $\Omega[J_s] = pr_{(J_s)}\{\Omega\}$ — ортогональная проекция множества Ω на пространство $\mathbb{R}[J_s]$. Определим множества $W_s = W_s(J_k) = \bigcup\limits_{J_s \subset M \setminus J_k} W[J_s]$ и $W_s^0 = W_s^0(J_k) = \bigcap\limits_{J_s \subset M \setminus J_k} W[J_s]$.

Пусть $E \subset \mathbb{T}^N$, $0 < \mu < (2\pi)^N$. Как известно (см. [1]), для сходимости почти всюду (п.в.) к нулю кратного ряда Фурье (суммируемого по прямоугольникам) функции $f \in L_p(\mathbb{T}^N)$ на E достаточно равенства нулю функции $f(x)$ на множестве $W_2(J_0)$ (таком, что $\mu(E \setminus W_2^0(J_0)) = 0$) при $p > 1$, и на множестве $W_1(J_0)$ (таком, что $\mu(E \setminus W_1^0(J_0)) = 0$) при $p = 1$.

С другой стороны (см. [2]), если «номер» частичной суммы $S_n(x;f)$ $n = n^{(\lambda)}[J_k]$ $(1 \le k \le N-2,\ N \ge 3)$, то для сходимости п.в. к нулю на множестве E такой «J_k-лакунарной последовательности частичных сумм» $S_{n^{(\lambda)}[J_k]}(x;f)$ (при $n^{(\lambda)}[J_k] \to \infty$, т.е. при $\lambda_j \to \infty$, $j \in J_k$, $n_j \to \infty$, $j \in M \setminus J_k$) в классах $L_p(\mathbb{T}^N), p > 1$, достаточно, чтобы $f(x) = 0$ на множестве $W_2(J_k)$ (таком, что $\mu(E \setminus W_2^0(J_k)) = 0$), вообще говоря, «меньшем», чем $W_2(J_0)$. И аналогичный результат не справедлив в $L_1(\mathbb{T}^N)$ (см. [3]).

Таким образом, возникает вопрос, что будет в классах Орлича?

Теорема. *Пусть $N \ge 2$ и $J_k \subset M$, $1 \le k \le N-1$, тогда существует множество $W_1(J_k)$: для любых $\{n_j{}^{(\lambda_j)}\}$, $j \in J_k$, существует функция $f \in \varphi(L)(\mathbb{T}^N)$ (где $\varphi\colon [0,\infty) \to [0,\infty)$ и $\varphi(u) = o(u \ln\ln u)$) такая, что $f(x) = 0$ на $W_1(J_k)$, но «J_k-лакунарная последовательность частичных сумм» $S_{n^{(\lambda)}[J_k]}(x;f)$ неограниченно расходится почти всюду на $\mathbb{T}^N$ при $n^{(\lambda)}[J_k] \to \infty$.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Блошанский И. Л.* // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1985. Т. 49(2). С. 243–282.

2. *Блошанский И. Л., Лифанцева О. В.* // Мат. заметки. 2008. Т. 84(3). С. 334–347.

3. *Блошанский И. Л., Лифанцева О. В.* // Современные проблемы теории функций и их приложения : материалы 15-й Сарат. зимней школы, посвящ. 125-летию со дня рождения В.В. Голубева и 100-летию СГУ. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2010. С. 29–30.

Н. Н. Богданова (Смоленск)
nadingioia@yandex.ru

О РЕШЕНИИ ПЕРВОЙ ЧЕТЫРЕХЭЛЕМЕНТНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТИПА КАРЛЕМАНА ДЛЯ БИАНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В СЛУЧАЕ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ОДНОСВЯЗНОЙ ОБЛАСТИ

Пусть T^+ — конечная, односвязная область на плоскости комплексного переменного $z = x + iy$, ограниченная простой замкнутой гладкой кривой L, а $T^- = \overline{C} \setminus (T^+ \cup L)$.

В дальнейшем в основном будем пользоваться терминологией, принятой в монографии [1].

Рассматривается следующая краевая задача. *Требуется найти все кусочно бианалитические функции $F(z) = \{F^+(z),\ \ F^-(z)\}$ класса*