4. *Бережной Е. И., Новиков А. В.* О проблеме окаймления из теории дифференцирования интегралов. // Изв. РАН. Сер. матем. 2002. Т. 66, № 4. С. 3–26.

5. *Бережной Е. И., Перфильев А. А.* Различение симметричных пространств и L^∞ с помощью дифференциального базиса // Мат. заметки. 2001. Т. 68(3).

С. К. Блошанская, И. Л. Блошанский, О. В. Лифанцева
(Москва)
ig.bloshn@gmail.com, ov-lifantseva@yandex.ru

СТРУКТУРНЫЕ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МНОЖЕСТВ СХОДИМОСТИ И РАСХОДИМОСТИ КРАТНЫХ РАЗЛОЖЕНИЙ ФУРЬЕ ПО ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ И СИСТЕМЕ УОЛША – ПЭЛИ[1]

В работе рассматриваются две ортонормированные системы $\Psi = \mathcal{E}$ и $\Psi = W$, где $\mathcal{E} = \{e^{i2\pi nx}\}_{n\in\mathbb{Z}^N}$, $x \in \mathbb{I}^N = [0,1)^N$, $N \geq 1$, — тригонометрическая система, а $W = \{w_n(x)\}_{n\in\mathbb{Z}_0^N}$, $x \in \mathbb{I}^N$, — система Уолша – Пэли (здесь $\mathbb{Z}_0^N = \{n \in \mathbb{Z}^N : n_j \geq 0,\ j = 1,\dots,N\}$).

Пусть E — произвольное измеримое множество, $E \subset \mathbb{I}^N$, $\mu E > 0$ ($\mu = \mu_N$ — N-мерная мера Лебега), и пусть $\mathcal{A} = \mathcal{A}(\mathbb{I}^N)$ — некоторое линейное подпространство $L_1(\mathbb{I}^N)$.

В работе рассматривается следующая задача: как ведут себя прямоугольные частичные суммы $S_n(x,f;\Psi)$ кратных рядов Фурье по системе Ψ (здесь $x \in \mathbb{I}^N, f \in \mathcal{A}(\mathbb{I}^N)$, $f(x) = 0$ на E и $n \in \mathbb{Z}_0^N$) при $n \to \infty$, т.е. $\min\limits_{1\leq j\leq N} n_j \to \infty$, на множествах E и $\mathbb{I}^N \setminus E$ в зависимости: от гладкости функции f (т. е. от вида пространства $\mathcal{A}$), от структурных и геометрических характеристик множества E (СГХ(E)), а также от ограничений, накладываемых на компоненты $n_1,\dots,n_N$ вектора n («номера» частичной суммы $S_n(x,f;\Psi)$).

Для широкого класса измеримых множеств $\{E\}$, $E \subset \mathbb{I}^N$, $N \geq 3$, сформулирован критерий справедливости (в терминах СГХ(E)) слабой обобщенной локализации почти всюду для рассматриваемых рядов Фурье (т. е. необходимые и достаточные условия сходимости почти всюду на некотором множестве E_1, $E_1 \subset E, \mu E_1 > 0$, указанных рядов, когда разлагаемая в ряд Фурье по системе Ψ функция равна нулю на E), в случае, если $\mathcal{A}(\mathbb{I}^N) = L_p(\mathbb{I}^N)$, $p > 1$, а частичные суммы $S_n(x,f;\Psi)$ имеют «номер» $n = (n_1,\dots,n_N)$, в котором некоторые компоненты являются

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-01-00321).

элементами (однократных) лакунарных последовательностей (т. е. для некоторых компонент n_j вектора n выполняются условия $\frac{n_j^{(s+1)}}{n_j^{(s)}} \geq q > 1$, $s = 1, 2, \dots$).

В работе показано также, как сформулированные выше результаты «стыкуются» с результатами, полученными ранее, см. [1–4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Блошанский И. Л.* // Докл. АН СССР. 1983. Т. 271(6). С. 1294–1298.

2. *Блошанская С. К., Блошанский И. Л.* // Докл. АН России. 1993. Т. 332(5). С. 549–552.

3. *Bloshanskii I. L.* // Intern. J. of Wavelets, Multiresolution and Inform. Processing. 2004. Vol. 2(2). P. 187–195.

4. *Блошанский И. Л., Лифанцева О. В.* // Докл. АН. 2008. Т. 423(4). С. 439–442.

И. Л. Блошанский, З. Н. Цукарева (Москва)
ig.bloshn@gmail.com, zoyatsukareva@gmail.com

О СХОДИМОСТИ КРАТНЫХ РЯДОВ ФУРЬЕ С «J_k-ЛАКУНАРНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ ЧАСТИЧНЫХ СУММ» В КЛАССАХ ОРЛИЧА

Пусть $M = \{1, \dots, N\}, N \geq 2$, $J_k = \{j_1, \dots, j_k\} \subset M$, $j_1 < \dots < j_k$, при $1 \leq k \leq N$ или $J_k = \emptyset$ при $k = 0$. Обозначим $\mathbb{R}[J_k] = \{x = (x_1, \dots, x_N) \in \mathbb{R}^N \colon x_j = 0$ при $j \in M \setminus J_k\}$, $\mathbb{T}[J_k] = \{x \in \mathbb{R}[J_k] \colon -\pi \leq x_j \leq \pi$ при $j \in J_k\}$, и, в частности, $\mathbb{T}[J_N] \equiv \mathbb{T}^N = [-\pi, \pi]^N$.

Пусть $\lambda = \lambda(J_k) = (\lambda_{j_1}, \dots, \lambda_{j_k}) \in \mathbb{Z}_+^k$, $j_v \in J_k$, $v = 1, \dots, k$. Символом $n^{(\lambda)}[J_k] = (n_1, \dots, n_N) \in \mathbb{Z}_+^N$ обозначим N-мерный вектор, у которого компоненты n_j с номерами $j \in J_k$ являются элементами некоторых (однократных) лакунарных последовательностей ($n_j = n_j^{(\lambda_j)}$, $n_j^{(\lambda_j+1)}/n_j^{(\lambda_j)} \geq q > 1$, $\lambda_j = 1, 2, \dots$, и $n_j^{(\lambda_j)} \to \infty$ при $\lambda_j \to \infty$).

Далее, пусть Ω, $\Omega \subset \mathbb{T}^N$, — произвольное (непустое) открытое множество. Положим $W[J_s] = \Omega[J_s] \times \mathbb{T}[M \setminus J_s]$, $s = 1, 2$, где $\Omega[J_s] = pr_{(J_s)}\{\Omega\}$ — ортогональная проекция множества Ω на пространство $\mathbb{R}[J_s]$. Определим множества $W_s = W_s(J_k) = \bigcup_{J_s \subset M \setminus J_k} W[J_s]$ и $W_s^0 = W_s^0(J_k) = \bigcap_{J_s \subset M \setminus J_k} W[J_s]$.

Пусть $E \subset \mathbb{T}^N$, $0 < \mu < (2\pi)^N$. Как известно (см. [1]), для сходимости почти всюду (п.в.) к нулю кратного ряда Фурье (суммируемого по прямоугольникам) функции $f \in L_p(\mathbb{T}^N)$ на E достаточно равенства нулю функции $f(x)$ на множестве $W_2(J_0)$ (таком, что $\mu(E \setminus W_2^0(J_0)) = 0$) при $p > 1$, и на множестве $W_1(J_0)$ (таком, что $\mu(E \setminus W_1^0(J_0)) = 0$) при $p = 1$.