

6. *Vial J.-P.* Strong and weak convexity of sets and functions // *Math. Oper. Res.* 1983. Vol. 8, № 2. P. 231–259.

7. *Borwein J. M., Strojwas H. M.* Proximal analysis and boundaries of closed sets in Banach space, I. Theory // *Canad. J. Math.* 1986. Vol. 38. P. 431–452.

8. *Bernard F., Thibault L., Zlateva N.* Characterization of proximal regular sets in super reflexive Banach spaces // *J. Convex Anal.* 2006. Vol. 13, № 3–4. P. 525–559.

9. *Clarke F. H., Stern R. J., Wolenski P. R.* Proximal smoothness and lower- $C^2$  property // *J. Convex Anal.* 1995. Vol. 2, № 1–2. P. 117–144.

10. *Балашов М. В., Иванов Г. Е.* Об удаленных точках множеств // *Мат. заметки.* 2006. Т. 80, № 2. С. 163–170.

11. *Balashov M. V., Ivanov G. E.* Weakly convex and proximally smooth sets in Banach spaces // *Izvestiya: Mathematics.* 2009. Vol. 73, № 3. P. 455–499.

12. *Иванов Г. Е.* Наиболее удаленные точки и сильная выпуклость множеств // *Мат. заметки.* 2010. Т. 87, № 3. С. 382–395.

13. *Balashov M. V., Repovš D.* Weakly convex sets and modulus of nonconvexity // *J. Math. Anal. Appl.* 2010. Vol. 371. P. 113–127.

**А. Н. Бахвалов (Москва)**

**an-bakh@yandex.ru**

## **О ЛОКАЛИЗАЦИИ СРЕДНИХ ЧЕЗАРО ДЛЯ КРЕСТООБРАЗНЫХ ОКРЕСТНОСТЕЙ<sup>1</sup>**

Д. Ватерманом [1] было доказано, что если  $\alpha \in (-1, 0)$ , функция непрерывна по  $\{n^{\alpha+1}\}$ -вариации на  $\mathbb{T} = [-\pi, \pi]$ , то ее ряд Фурье суммируется методом  $(C, \alpha)$  в каждой точке.

В работах автора [2, 3] (где можно найти соответствующие определения) этот результат перенесен на многомерный случай, и показано, что условие непрерывности по вариации существенно, в отличие от одномерного случая, даже для локализации средних. В частности, имеет место (см. [3, теорема 3])

**Теорема.** Пусть  $\alpha_j \in (-1, 0)$  и  $\beta_j = \alpha_j + 1$ ,  $j = 1, 2$ , причем эти числа таковы, что  $\beta_1 + \beta_2 \leq 1$ . Тогда существует непрерывная функция из класса  $(\{n^{\beta_1}\}, \{n^{\beta_2}\})BV(\mathbb{T}^2)$ , равная тождественно нулю вне  $(\frac{\pi}{2}, \pi)^2$ , ряд Фурье которой  $(C, \alpha)$ -не суммируется к нулю в нуле, даже если рассматривать только кубические средние.

Оказывается, что условие непрерывности по вариации можно заменить более слабым, если локализацию понимать в смысле крестообразных окрестностей. Пусть  $\{n^\beta\}_N = \{n^\beta\}_{n=N+1}^\infty$ .

---

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 12-01-00169) и программы «Ведущие научные школы» (проект НШ-979.2012.1).

**Теорема 1.** Пусть  $\alpha_j \in (-1, 0)$  и  $\beta_j = \alpha_j + 1$ ,  $j = 1, 2$ , Тогда для любой функции из класса  $(\{n^{\beta_1}\}, \{n^{\beta_2}\})BV(\mathbb{T}^2)$ ,  $2\pi$ -периодической по каждой переменной, равной тождественно нулю вне  $(\delta, 2\pi - \delta)^2$  при некотором  $\delta > 0$  и удовлетворяющей условию

$$\lim_{N \rightarrow \infty} V_{\{n^{\beta_1}\}_N, \{n^{\beta_2}\}_N}^{x,y}(f; \mathbb{T}^2) = 0,$$

ее ряд Фурье  $(C, \alpha)$ -суммируется к нулю в нуле.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Waterman D.* On the summability of Fourier series of functions of  $\Lambda$ -bounded variation // *Studia math.* 1976. Vol. 55(1). P. 87–95.

2. *Бахвалов А.Н.* Суммирование методами Чезаро рядов Фурье функций из многомерных классов Ватермана. // *Докл. АН.* 2011. Т. 437(6). С. 731–733.

3. *Бахвалов А.Н.* Непрерывность по  $\Lambda$ -вариации и суммирование методами Чезаро кратных рядов Фурье. // *Мат. заметки.* 2011. Т. 90(4). С. 483–500.

**В. И. Бердышев (Екатеринбург)**

**bvi@imm.uran.ru**

### **ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ, СВЯЗАННЫЕ С ПРОБЛЕМОЙ НАВИГАЦИИ<sup>1</sup>**

Навигация автономно движущегося аппарата по геофизическим полям (ГФП) означает определение его местоположения по информации о ГФП в целом, хранящейся на борту, и фрагменту ГФП, снятому аппаратом в процессе движения. В докладе предполагается сделать обзор задач, связанных с проблемой навигации по ГФП:

- экономное хранение информации о ГФП в целом;
- определение степени информативности ГФП, обеспечивающей привязку объекта по фрагменту поля;
- выбор траектории движения над наиболее информативной частью поверхности;
- восстановление реализованной траектории по точечным измерениям;
- определение степени видимости объекта наблюдателем;

---

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-01-00445) и программы Президиума РАН «Динамические системы и теория управления» (проект 09-П-1-1013).