Пусть X — банахово пространство, состоящее из числовых последовательностей $x = \{x_n\}_{n=1}^{\infty}$. Будем говорить, что X — *модельное пространство*, если система канонических ортов $\{e_n\}_{n=1}^{\infty}$ образует базис в X. Напомним, что i-й канонический орт $e_i = \{\delta_{ij}\}_{j=1}^{\infty}$, где δ_{ij} — символ Кронекера. Сопряженное пространство X^* к модельному пространству изометрически изоморфно некоторому пространству последовательностей Y.

Скажем, что $\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty} \subset F$ — *бесселева система* в банаховом пространстве F относительно модельного пространства X, если существует постоянная $B > 0$ такая, что для любого непрерывного линейного функционала $g \in G$ последовательность его коэффициентов Фурье $\{\langle\varphi_n, g\rangle\}_{n=1}^{\infty}$ удовлетворяет неравенству

$$\|\{\langle\varphi_n, g\rangle\}_{n=1}^{\infty}\|_Y \leq B\|g\|_G.$$

Скажем, что система $\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$ элементов банахова пространства F является *X-продолжимой*, если существуют объемлющее банахово пространство $\mathcal{F} \supset F$, включающее в себя исходное пространство F в качестве замкнутого подпространства, базисная последовательность $\{\psi_n\}_{n=1}^{\infty}$ в пространстве $\mathcal{F}$, изометрически эквивалентная естественному базису $\{e_n\}_{n=1}^{\infty}$ модельного пространства X, непрерывный линейный проектор $P : \mathcal{F} \to F$ из $\mathcal{F}$ на F и постоянная $B > 0$ такие, что

$$\varphi_n = B \cdot P\psi_n, \qquad n = 1, 2, \ldots$$

Теорема 1. *Для того, чтобы система $\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$ элементов банахова пространства F была X-продолжимой, необходимо и достаточно, чтобы она являлась бесселевой системой в F относительно модельного пространства X.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Терехин П. А.* О бесселевых системах в банаховом пространстве // Мат. заметки. 2012. Т. 91(2). С. 285–296.

С. В. Трошина (Москва)
svetatroshina@gmail.com

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ БЕЗРИСКОВЫМ ПОРТФЕЛЕМ

В работе проводится построение дискретной динамической модели управления инвестиционным портфелем ценных бумаг при условии безрисковых вложений, которая является развитием модели, представленной в [1].

Пусть инвестор в каждый момент $t \quad (t = 0, \dots, T-1)$ вкладывает средства в n активов, имеющих ставку доходности $r_i(t)$ $(i = 1, \dots, n)$ соответственно.

Объем вложенных средств в i-й актив в момент t обозначим $u_i(t)$. Некоторую часть наращенного капитала по i-му активу на следующем шаге инвестор вкладывает в тот же актив.

Через $y_i(t+1)$ обозначим общий объём наращенного капитала по i-ому активу за период от t до $t+1$. Таким образом, уравнения роста капитала будут иметь вид:

$$y_i(t+1) = (1 + r_i(t))u_i(t) + (1 + r_i(t))\eta y_i(t),$$

$$t = 0, \dots, T-1, \quad i = 1, \dots, n,$$

где $0 \prec \eta \prec 1$.

Будем полагать $y_i(0) = 0$, $u_i(t) \geq 0$.

Оптимальная стратегия управления определяется квадратичным критерием, минимизация которого обеспечивает приближение суммарных доходов от всех активов к запланированным (задача слежения за эталоном) и, кроме того, минимизацию вложений на каждом шаге и максимизацию доходов в конце рассматриваемого периода.

Таким образом, деятельность инвестора должна быть построена так, чтобы минимизировался критерий:

$$I = \alpha_1 \sum_{t=0}^{T-1} \left(\sum_{i=1}^{n} y_i(t) - p(t) \right)^2 - \alpha_2 \sum_{i=1}^{n} y_i^2(T) + \beta \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=1}^{n} u_i^2(t) \to \min,$$

где α_1, α_2, β — неотрицательные весовые коэффициенты.

Построен алгоритм нахождения точного решения этой линейно-квадратичной задачи оптимального управления

ЛИТЕРАТУРА

1. *Сидоров С. П., Трошина Н. Ю., Трошина С. В.* Одна динамическая модель оптимизации инвестиционных вложений // Аналитические и численные методы моделирования естественнонаучных и социальных проблем : сб. статей 5-й междунар. науч.-техн. конф. Пенза, 2010. С. 121–125.