В. М. Бадков (Екатеринбург)
Vladimir.Badkov@imm.uran.ru

РАВНОСХОДИМОСТЬ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ СУММ ФУРЬЕ – ЯКОБИ СО ВЗВЕШЕННЫМИ ОБЫЧНЫМИ СУММАМИ ФУРЬЕ ВЗВЕШЕННОЙ ФУНКЦИИ[1]

Пусть $\{\Phi_k(\tau)\}_{k=0}^{\infty}$ — система тригонометрических полиномов, полученная при ортогонализации методом Шмидта на $[0,2\pi]$ с весом $\varphi(\tau)$ последовательности 1, $\sin\tau$, $\cos\tau$, $\sin 2\tau$, $\cos 2\tau \ldots$;

$$s_{\varphi,n}(F;\theta) := \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} F(\tau)\sum_{k=0}^{2n}\Phi_k(\theta)\Phi_k(\tau)\varphi(\tau)\,d\tau \quad (n\in\mathbb{Z}_+, \theta\in\mathbb{R})$$

— последовательность сумм Фурье функции F по системе $\{\Phi_k(\tau)\}_{k=0}^{\infty}$. Если $\varphi(\tau)\equiv 1$, то $s_{\varphi,n}(F;\theta)$— обычная сумма Фурье $s_n(F;\theta)$. Если $F\varphi\in$ $\in L^1$, то $s_{\varphi,n}(F;\theta)$ и $s_n(F\varphi;\theta)$ существуют, при этом $s_n(F;\theta)$ может и не существовать.

Для сумм Фурье – Якоби $S_n^{\alpha,\beta}(f;x)$ $(\alpha,\beta>-1)$ Г. Сегё [1] установил, что если $f(t)(1-t)^{\min\{\alpha,\frac{\alpha}{2}-\frac{1}{4}\}}(1+t)^{\min\{\beta,\frac{\beta}{2}-\frac{1}{4}\}}\in L^1[-1,1]$, то $(1-x)^{-\frac{\alpha}{2}-\frac{1}{4}}(1+x)^{-\frac{\beta}{2}-\frac{1}{4}}S_n^{-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}((1-t)^{\frac{\alpha}{2}+\frac{1}{4}}(1+t)^{\frac{\beta}{2}+\frac{1}{4}}f(t);x)$ и $S_n^{\alpha,\beta}(f;x)$ при $n\to\infty$ равномерно равносходятся внутри $(-1,1)$.

Основным результатом сообщения является

Теорема 1. *Пусть* $\varphi(\tau)=(1-\cos\tau)^{\alpha+\frac{1}{2}}(1+\cos\tau)^{\beta+\frac{1}{2}}$ $(\alpha,\beta>-1)$, $A=\min\{\alpha+\frac{1}{2},\frac{\alpha}{2}+\frac{1}{4}\}$, $B=\min\{\beta+\frac{1}{2},\frac{\beta}{2}+\frac{1}{4}\}$ *и выполняется условие* $F(\tau)(1-\cos\tau)^A(1+\cos\tau)^B\in L^1$. *Тогда последовательности* $[\varphi(\theta)]^{-1}s_n(F\varphi;\theta)$ *и* $[\varphi(\theta)]^{-\frac{1}{2}}s_n(F\varphi^{\frac{1}{2}};\theta)$ *при* $n\to\infty$ *равномерно равносходятся с* $s_{\varphi,n}(F;\theta)$ *внутри интервалов* $(-\pi,0)$ *и* $(0,\pi)$.

Из теоремы 1 следует приведенный выше результат Г. Сегё.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сегё Г.* Ортогональные многочлены. М.: Физматгиз, 1962. 500 с.

2. *Бадков В.М.* Равносходимость рядов Фурье по ортогональным многочленам // Мат. заметки. 1969. Т. 5, № 3. С. 285–295.

3. *Badkov V.M.* Equiconvergence of Fourier sums in orthogonal polynomials // Proc. Steklov Inst. Math. 2004. Suppl. 1. P. S101–S127.

[1]Работа выполнена в рамках программы ОМН РАН «Современные проблемы теоретической математики» при финансовой поддержке УрО РАН (проект 09-Т-1-1004), а также при поддержке РФФИ (проект 11-01-00462).