СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мокейчев В. С.* Собственные значения граничных задач. Преобразования граничных задач к граничным задачам с малыми коэффициентами // Дифференциальные уравнения. 1989. Т. 25, № 2. С. 222–226.

2. *Мокейчев В. С., Сидоров А. М.* О матричном подходе к теории возмущений линейных операторов // Современные методы теории функций и смежные вопросы : материалы Воронеж. зимней шк. Воронеж, 2009. С. 119–120.

С. П. Сидоров (Саратов)
sidorovsp@info.sgu.ru

ПРИБЛИЖЕНИЕ ГЛАДКИХ ФУНКЦИЙ ФОРМОСОХРАНЯЮЩИМИ КОНЕЧНОМЕРНЫМИ МЕТОДАМИ НА ИЗМЕРИМЫХ МНОЖЕСТВАХ[1]

Класс всех p-выпуклых функций на $[0,1]$ обозначим $\Delta^p[0,1]$. Пусть $0 \leqslant h < k$ есть два целых числа, $h \leqslant k-2$, и $\sigma = (\sigma_i)_{h \leqslant i \leqslant k}$ есть последовательность чисел такая, что $\sigma_i \in \{-1,0,1\}$ и $\sigma_h \cdot \sigma_k \neq 0$. Обозначим

$$\Delta^{h,k}(\sigma) := \{f \in C[0,1]:\ \sigma_p f \in \Delta^p[0,1],\ h \le p \le k\}.$$

Пусть $\Gamma = \{i:\ h \leqslant i < k,\ \sigma_i \neq 0,\ \sigma_{i+1} = 0,\ \sigma_i \cdot \sigma_{i+2} \neq -1\}$. Обозначим $\sigma^{[j]} = (\sigma_i^{[j]})_{i \ge 0}$, где $\sigma_i^{[j]} = 0$ для $i \neq j$ и $\sigma_j^{[j]} = \sigma_j$. Используя идеи [1], можно доказать следующее утверждение.

Теорема 1. *Пусть $\Omega \subset [0,1]$ есть некоторое измеримое множество, $B^r(\Omega)$ есть класс всех функций. имеющих ограниченную производную порядка r на Ω. Пусть конус $\Delta^{h,k}(\sigma)$ таков, что $\Gamma \neq \varnothing$ и $r \in \Gamma$. Пусть последовательность линейных операторов $\{L_n\}_{n\in\mathbb{N}}$, $L_n : C^r[0,1] \to B^r(\Omega)$, такова, что для каждого $n \in \mathbb{N}$*

1. *L_n имеет конечный ранг n;*

2. *$L_n(\Delta^{h,k}(\sigma)) \subset \Delta^{h,k}(\sigma^{[r]})$;*

3. *$D^r L_n f$ является измеримой функцией для любой $f \in C^r[0,1]$.*

Пусть $\gamma = \{n_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ есть возрастающая последовательность целых чисел. Обозначим

$$E_\gamma := \{x \in \Omega:\ \lim_{i\to\infty} n_i^{k-r} |D^r L_{n_i} e_j(x) - D^r e_j(x)| = 0,\ j = h, \ldots, k\},$$

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00270) и гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (проект НШ-4383.2010.1).

где $e_j(x) = x^j$, D^r *есть оператор дифференцирования порядка* r, $D^r f(x) := d^r f(x)/dx^r$.

Тогда $\mathrm{meas}(E_\gamma) = 0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Vasiliev R. K., Guendouz F.* On the order of approximation of continuous functions by positive linear operators of finite rank // J. of Approx. Theory. 1992. Vol. 69 (2). P. 133–140.

В. П. Скляров (Саратов)

sklyarovvp@sgu.ru

ОБ УСЛОВИИ S-РЕГУЛЯРНОСТИ Н. П. КУПЦОВА

Предполагается, что линейный оператор Q действует из банахова пространства X в X, $R_\lambda(Q) = \big(Q - \lambda E\big)^{-1}$. Следующее понятие было введено Н. П. Купцовым [1, с. 137] в 1968 году.

Определение. Оператор Q будем называть *s-регулярным*, если при некотором натуральном s существует действительное число θ такое, что

$$\Big\| R_\lambda\Big(e^{i\theta} Q^s\Big)\Big\| \le \frac{C}{\operatorname{Im}\lambda},$$

где C не зависит от λ.

Пусть $Qy = -y''(x) + x^2 y(x)$, а в роли пространства X выступает $L^p(-\infty,\infty)$, $p \ge 1$ с нормой

$$\|f\|_{L^p_{(-\infty,\infty)}} = \left\{ \int\limits_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^p\,dx \right\}^{1/p}.$$

В 1976 году Н. П. Купцовым был поставлен вопрос о s-регулярности оператора Q в пространстве $C_0(-\infty,\infty)$. Ответ оказался отрицательным [2], т. е. было доказано, что в этом случае s-регулярность не возможна ни при каком натуральном s.

Можно показать, что имеет место следующее утверждение.

Теорема *Оператор* $Qy = -y'' + x^2 y$ *будет* s*-регулярным при любом натуральном* s *в пространстве* $L^p_{(-\infty,\infty)}$ *тогда и только тогда, когда* $p \in \left[\frac{4}{3}, 4\right]$.

Известно [3], что при $p \in \left[\frac{4}{3}, 4\right]$ система собственных функций оператора Q образует базис в $L^p_{(-\infty,\infty)}$. Однако, нетрудно убедиться, что условие базисности, являясь достаточным для s-регулярности, не является необходимым.