

А. В. Баданин, Е. А. Смоленская (Архангельск)
a.badanin@mail.ru, e.smolenskaya@agtu.ru
СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ
ДЛЯ ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА
С 2×2 МАТРИЧНЫМ ПЕРИОДИЧЕСКИМ
ДЕЛЬТА-ПОТЕНЦИАЛОМ¹

Рассмотрим оператор Шредингера $-y'' + Qy$ в $L^2(\mathbb{R}) \oplus L^2(\mathbb{R})$, где

$$Q(x) = \begin{pmatrix} p & \beta \delta_{per}(x) \\ \bar{\beta} \delta_{per}(x) & -p \end{pmatrix}, \quad \delta_{per}(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(x + n + \frac{1}{2}\right),$$

$p \in \mathbb{R}, \beta \in \mathbb{C}$. Следуя [1], занумеруем собственные значения $\lambda_{2n,j}^{\pm}$ ($n \geq 0, j = 1, 2$) периодической задачи $y(0) = y(1), y'(0) = y'(1)$ и собственные значения $\lambda_{2n+1,j}^{\pm}$ ($n \geq 0, j = 1, 2$) антипериодической задачи $y(0) = -y(1), y'(0) = -y'(1)$ для уравнения

$$-y'' + Qy = \lambda y \tag{1}$$

так, что

$$\lambda_{0,2}^- \leq \lambda_{0,2}^+ \leq \lambda_{2,1}^- \leq \lambda_{2,1}^+ \leq \lambda_{2,2}^- \leq \lambda_{2,2}^+ \leq \lambda_{4,1}^- \leq \lambda_{4,1}^+ \leq \lambda_{4,2}^- \leq \lambda_{4,2}^+ \leq \dots$$

$$\lambda_{1,1}^- \leq \lambda_{1,1}^+ \leq \lambda_{1,2}^- \leq \lambda_{1,2}^+ \leq \lambda_{3,1}^- \leq \lambda_{3,1}^+ \leq \lambda_{3,2}^- \leq \lambda_{3,2}^+ \leq \lambda_{5,1}^- \leq \lambda_{5,1}^+ \leq \dots$$

Обозначим $\mu_{n,j}(t)$ ($n \geq 1, j = 1, 2$) – собственные значения задачи Дирихле $y(0) = y(1) = 0$ для уравнения (1) с потенциалом $Q(\cdot + t)$, $t \in \mathbb{R}$.

Теорема. *i) В каждом интервале $[\lambda_{n,j}^-, \lambda_{n,j}^+]$ ($n \geq 1, j = 1, 2$) при любом $t \in \mathbb{R}$ существует ровно одно собственное значение $\mu_{n,j}(t)$.*

ii) При изменении t от 0 до 1 каждое собственное значение $\mu_{n,j}(t)$ ($n \geq 1, j = 1, 2$) движется монотонно между краями интервала $[\lambda_{n,j}^-, \lambda_{n,j}^+]$, заматая весь интервал $2n$ раз.

Авторы благодарят Е. Л. Коротяева за постановку задачи и постоянное внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Badanin A., Brüning J., Korotyaev E.* The Lyapunov function for Schrödinger operators with a periodic 2×2 matrix potential // J. Funct. Anal. 2006. P. 106–126.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования (ГК 14.740.11.0581).