функцию прогиба $\omega(y,t)$ упругого элемента датчика давления:

$$L(\omega) = P_0(y,t) - \frac{1}{y_0}\int_0^{y_0} P(y,t)dy-$$

$$-\frac{2\rho}{y_0}\sum_{n=1}^{\infty}\cos(\lambda_n y)\frac{\mathrm{th}(\lambda_n x_0)}{\lambda_n}\int_a^b \ddot{\omega}(y,t)\cos(\lambda_n y)dy-$$

$$-\frac{2}{y_0}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos(\lambda_n y)}{\mathrm{ch}(\lambda_n x_0)}\int_0^{y_0} P(y,t)\cos(\lambda_n y)dy - \frac{\rho x_0}{y_0}\int_a^b \ddot{\omega}(y,t)dy.$$

Решение этого уравнения строится в виде ряда.

А. М. Сидоров (Казань)
Anatoly.Sidorov@ksu.ru

МАТРИЧНЫЕ СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ В ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

Пусть при каждом $\varepsilon \in (-\varepsilon_0, \varepsilon_0)$ линейный оператор $A(\varepsilon) = B_0 + B_1(\varepsilon)$ отображает гильбертово пространство H в себя. Пусть λ_0 – изолированное собственное значение конечной кратности оператора B_0 и $y_1, \ldots, y_n$ – собственные элементы, соответствующие λ_0. Будем предполагать, что оператор $B_0 - \lambda_0 I$ нормально разрешим, $ker(B_0 - \lambda_0 I) = ker(B_0 - \lambda_0 I)^*$ и для всех x, принадлежащих области определения B_0 таких, что $x \perp y_k$, $k = 1, \ldots, n$, справедливо неравенство

$$\|B_1(\varepsilon)x\| \leq b(\varepsilon)\|(B_0 - \lambda_0 I)x\|.$$

Пусть оператор $B_1(\varepsilon)$ аналитически зависит от ε.

Теорема 1. *Если $|\varepsilon|b(\varepsilon)$ достаточно мало, то существует аналитически зависящие от ε $n \cdot n$ — матрица $S(\varepsilon)$ и ненулевой вектор $z(\varepsilon)$ такие, что*

$$A(\varepsilon)z(\varepsilon) = (S(\varepsilon) + \lambda_0 E)z(\varepsilon).$$

Матрица $S(\varepsilon)$ называется матричным собственным значением оператора $A(\varepsilon)$. Это понятие, принадлежащее В. С. Мокейчеву, оказывается весьма полезным в теории возмущений.

Теорема 2. *Пусть $S(\varepsilon)$ — матричное собственное значение $A(\varepsilon)$, $\delta_j(\varepsilon)$, $j = 1, \ldots, m$ — все различные собственные значения матрицы, транспонированной к $S(\varepsilon)$. Тогда $\lambda_j(\varepsilon) = \lambda_0 + \delta_j(\varepsilon)$, $j = 1, \ldots, m$ — аналитически зависящие от ε собственные значения $A(\varepsilon)$ и соответствующие им собственные элементы можно выбрать аналитически зависящими от ε.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мокейчев В. С.* Собственные значения граничных задач. Преобразования граничных задач к граничным задачам с малыми коэффициентами // Дифференциальные уравнения. 1989. Т. 25, № 2. С. 222–226.

2. *Мокейчев В. С., Сидоров А. М.* О матричном подходе к теории возмущений линейных операторов // Современные методы теории функций и смежные вопросы : материалы Воронеж. зимней шк. Воронеж, 2009. С. 119–120.

С. П. Сидоров (Саратов)
sidorovsp@info.sgu.ru

ПРИБЛИЖЕНИЕ ГЛАДКИХ ФУНКЦИЙ ФОРМОСОХРАНЯЮЩИМИ КОНЕЧНОМЕРНЫМИ МЕТОДАМИ НА ИЗМЕРИМЫХ МНОЖЕСТВАХ[1]

Класс всех p-выпуклых функций на $[0,1]$ обозначим $\Delta^p[0,1]$. Пусть $0 \leqslant h < k$ есть два целых числа, $h \leqslant k-2$, и $\sigma = (\sigma_i)_{h\leqslant i\leqslant k}$ есть последовательность чисел такая, что $\sigma_i \in \{-1,0,1\}$ и $\sigma_h \cdot \sigma_k \neq 0$. Обозначим

$$\Delta^{h,k}(\sigma) := \{f \in C[0,1] : \ \sigma_p f \in \Delta^p[0,1], \ h \le p \le k\}.$$

Пусть $\Gamma = \{i : \ h \leqslant i < k, \ \sigma_i \neq 0, \ \sigma_{i+1} = 0, \ \sigma_i \cdot \sigma_{i+2} \neq -1\}$. Обозначим $\sigma^{[j]} = (\sigma_i^{[j]})_{i\geq 0}$, где $\sigma_i^{[j]} = 0$ для $i \neq j$ и $\sigma_j^{[j]} = \sigma_j$. Используя идеи [1], можно доказать следующее утверждение.

Теорема 1. *Пусть $\Omega \subset [0,1]$ есть некоторое измеримое множество, $B^r(\Omega)$ есть класс всех функций. имеющих ограниченную производную порядка r на Ω. Пусть конус $\Delta^{h,k}(\sigma)$ таков, что $\Gamma \neq \varnothing$ и $r \in \Gamma$. Пусть последовательность линейных операторов $\{L_n\}_{n\in\mathbb{N}}$, $L_n : C^r[0,1] \to B^r(\Omega)$, такова, что для каждого $n \in \mathbb{N}$*

1. *L_n имеет конечный ранг n;*

2. *$L_n(\Delta^{h,k}(\sigma)) \subset \Delta^{h,k}(\sigma^{[r]})$;*

3. *$D^r L_n f$ является измеримой функцией для любой $f \in C^r[0,1]$.*

Пусть $\gamma = \{n_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ есть возрастающая последовательность целых чисел. Обозначим

$$E_\gamma := \{x \in \Omega : \ \lim_{i\to\infty} n_i^{k-r} |D^r L_{n_i} e_j(x) - D^r e_j(x)| = 0, \ j = h, \dots, k\},$$

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00270) и гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (проект НШ-4383.2010.1).