**А. В. Светлов (Волгоград)**
**a.v.svetlov@gmail.com**

# ОБ ОДНОМ ДОСТАТОЧНОМ УСЛОВИИ ДИСКРЕТНОСТИ СПЕКТРА ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА

Рассмотрим многообразие $M$, представимое в виде $B \cup D$, где $B$ — компактное мноогообразие, а конец $D$ — простое скрещенное произведение. Простым скрещенным произведением порядка $k$ мы называем полное риманово многообразие $D$, изометричное произведению $\mathbf{R_0} \times \mathrm{S}_1 \times \mathrm{S}_2 \times \cdots \times \mathrm{S}_k$ (где $\mathbf{R_0} = (r_0, +\infty)$, а $\mathrm{S}_i$ — компактные римановы многообразия без края размерности $n_i$) с метрикой $ds^2 = dr^2 + q_1^2(r)d\theta_1^2 + \cdots + q_k^2(r)d\theta_k^2$, где $d\theta_i^2$ метрика на $\mathrm{S}_i$, а $q_i(r)$ — гладкие положительные на $\mathbf{R_0}$ функции.

Рассмотрим на многообразии $M$ оператор Лапласа — Бельтрами $-\Delta = -\mathrm{div}\nabla$ и оператор Шредингера $L = -\Delta + c(r)$, где $c(r) > 0$ — гладкая функция на $\mathbf{R_0}$. Будем говорить, что спектр оператора дискретен, если он состоит лишь из собственных значений конечной кратности. Для данных операторов известны критерии дискретности их спектров — см. [1], [2], причем недавние исследования ряда авторов показывают, что условия, аналогичные [1], являются необходимыми и достаточными для дискретности спектра лапласиана не только на исследуемых здесь квазимодельных многообразиях. Настоящая работа посвящена изучению взаимосвязи дискретности спектра операторов Лапласа — Бельтрами и Шредингера.

**Теорема.** *Для дискретности спектра оператора Шредингера $L$ на многообразии $M$ достаточно выполнения одного из условий:*

*1) спектр лапласиана на многообразии $M$ дискретен;*

*2)* $\int\limits_r^{r+\omega} c(r)dr = +\infty \ \forall \omega > 0.$

Однако данные условия не являются необходимыми. Причем установлено, что существуют многообразия, спектр оператора Лапласа — Бельтрами на которых не дискретен, но оператор Шредингера имеет дискретный спектр при любом потенциале $c(r) > 0$.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Светлов А. В.* Критерий дискретности спектра оператора Лапласа-Бельтрами на квазимодельных многообразиях // Сиб. мат. журн. 2002. Т. 43, № 6. С. 1362–1371.

2. *Светлов А. В.* Условия дискретности спектра оператора Шрёдингера // Труды по геометрии и анализу. Новосибирск : Изд-во Ин-та математики. 2003. С. 376–383.