Теорема. *Для любой функции* $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in A$ *существует константа* M, *такая, что* $1/f(x_1, x_2, \ldots, x_n) + M) \in A$.

Замечание. В случае $n = 1$ этот результат вытекает из более общей теоремы, полученной в [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Semadeni Z.* Product Schauder Bases and Approximation with Nodes in Spaces of Continious Functions // Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Math. 1963. T. XI, № 6. C. 387–391.

2. *Сабурова Т. Н.* Суперпозиции функций и их ряды по системе Фабера – Шаудера // Изв. АНРФ. Сер. матем. 1972. Т. 36, № 2. С. 401–423.

3. *Сабурова Т. Н.* Об абсолютной сходимости рядов коэффициентов Фурье – Фабера – Шаудера функций нескольких переменных // Современные методы теории функций и смежные проблемы : тез. докл. Воронеж. зимней мат. шк. 2001. С. 228–229.

А. И. Савотин (Калуга)
irena1983.83@mail.ru

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ПОСТРОЕНИЯ НЕДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

Предлагается следующая конструкция непрерывной нигде не дифференцируемой функции, определенной на отрезке $[0; 1]$. Значения аргумента x представляются в виде бесконечной q-игной дроби

$$x = (0, x_1 x_2 \ldots x_n x_{n+1} x_{n+2} \ldots x_{n+k} \ldots)_q.$$

Соответствующее значение функции $f(x)$ определим в виде суммы ряда

$$f(x) = \frac{y_1}{p} + \frac{y_2}{p^2} + \ldots + \frac{y_n}{p^n} + \frac{y_{n+1}}{p^{n+1}} + \frac{y_{n+2}}{p^{n+2}} + \ldots + \frac{y_{n+k}}{p^{n+k}} + \ldots,$$

где p и y_i — целые числа, $2 \leqslant p < q$, $|y_i| < p$ при всех i.

Непрерывность функции $f(x)$ в каждой точке x отрезка $[0; 1]$ следует из рассмотрения

$$x' = (0, x_1 x_2 \ldots x_n x'_{n+1} x'_{n+2} \ldots x'_{n+k} \ldots)_q,$$

$$f(x') = \frac{y_1}{p} + \frac{y_2}{p^2} + \ldots + \frac{y_n}{p^n} + \frac{y'_{n+1}}{p^{n+1}} + \frac{y'_{n+2}}{p^{n+2}} + \ldots + \frac{y'_{n+k}}{p^{n+k}} + \ldots,$$

$$|f(x') - f(x)| \leqslant \frac{2}{p^{n-1}}.$$

Если же при этом для любого x можно подобрать при каждом n последовательность $x'_{n+1}, x'_{n+2}, \ldots, x'_{n+k}, \ldots$ такую, что соответствующие значения $y'_{n+1} \neq y_{n+1}$, $y'_{n+k} = y_{n+k}$, то тогда $f(x)$ нигде не дифференцируема. Действительно,

$$0 < |x' - x| \leqslant \frac{q-1}{q^{n+1}} + \frac{q-1}{q^{n+2}} + \ldots = \frac{q-1}{q^{n+1}(1-1/q)} = \frac{1}{q^n},$$

а $|f(x') - f(x)| \geqslant \frac{1}{p^{n+1}}$, поэтому

$$\left|\frac{f(x') - f(x)}{x' - x}\right| \geqslant \frac{1}{p}\left(\frac{q}{p}\right)^n \longrightarrow +\infty,$$

так как $q > p$.

А. М. Сарсенби (Шымкент, Казахстан)
Abzhahan@mail.ru

КРИТЕРИЙ БЕЗУСЛОВНОЙ БАЗИСНОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ L_2

В работе [1] автора настоящей заметки было установлено, что равномерная ограниченность почти всюду модулей корневых векторов прямого и сопряженного дифференциальных операторов второго порядка является необходимым и достаточным условием их базисности Рисса в классе L_2. В случае произвольных систем из класса L_2, не связанных с конкретным дифференциальным оператором, подобных фактов не наблюдается. Например, системы вида [2]

$$\{|x|^{\alpha} e^{inx}\}, \quad \{|x|^{-\alpha} e^{-inx}\}$$

где n — целое число, $0 < \alpha < \frac{1}{2}$, являются биортогонально сопряженными, нормированными. Каждая из них образует базис пространства $L_2(-\pi, \pi)$, но не базис Рисса. Полиномы Лежандра (см., например, [3, с. 44])

$$P_n x = \sqrt{\frac{2n+1}{2}} \frac{(-1)^n}{n! 2^n} \frac{d^n (1-x^2)^n}{dx^n}$$

образуют базис Рисса пространства $L_2(-1, 1)$ (ортонормированный базис), но они не ограничены. Эти примеры показывают, что нормированные полные и минимальные биортогонально сопряженные системы могут быть базисами Рисса, могут и не быть базисами Рисса. Тем не менее справедливы следующие утверждения.