Пусть $\varphi(x,\lambda)$, $(x,\lambda)\in[0,1]\times\mathbb{C}$, — решение уравнения $-f''+qf=\lambda f$, удовлетворяющее начальным условиям $\varphi(0,\lambda)=0$, $\varphi'(0,\lambda)=1$.

Определим функции $\psi^{(\Sigma)}$, носителями которых являются гексагональные ячейки Σ графа Γ, следующим образом: сужения функции $\psi^{(\Sigma)}$ на ребра шестиугольника Σ равны $\pm\varphi(x,\lambda)$, сужения на соседние ребра шестиугольника отличаются знаком. Для двух соседних ячеек Σ_1 и Σ_2 сужения функций $\psi^{(\Sigma_1)}$ и $\psi^{(\Sigma_2)}$ на ребро, общее для Σ_1 и Σ_2, отличаются знаком.

Мы доказываем следующее утверждение.

Утверждение 1. *Множество собственных значений оператора* $\sigma_{pp}(H)=\sigma_D$. *Каждое собственное значение* $\lambda\in\sigma_{pp}(H)$ *имеет бесконечную кратность. Функции* $\psi^{(\Sigma)}(x,\lambda)$ *для всех* Σ *принадлежат* $\mathcal{H}(\lambda)$. *Исключив из этих функций одну (любую), получим базис в пространстве* $\mathcal{H}(\lambda)$.

В работе найдены коэффициенты разложения произвольной функции $f(x)$ из $\mathcal{H}(\lambda)$ по базисным функциям $\psi^{(\Sigma)}(x,\lambda)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kuchment P., Post O.* On the spectra of carbon nano-structures // Comm. Math. Phys. 2007. Vol. 275, № 3. P. 805–826.

Т. Н. Сабурова (Москва)
taniasab37@gmail.com

О КРАТНЫХ РЯДАХ ПО СИСТЕМЕ ФАБЕРА – ШАУДЕРА

Система Фабера – Шаудера $\varphi_m(x)$, является первым базисом в $C[0,1]$. Из результатов [1] следует, что произведение $\varphi_{m_1}\varphi_{m_2}\cdots\varphi_{m_n}$ (при нумерации по квадратам) образует базис в $C[0,1]^n$ — пространстве функций n переменных, непрерывных на n-мерном единичном кубе $[0,1]^n$. Такой базис также назовем базисом Фабера – Шаудера (БФШ).

Пусть теперь $T=\{Tm(x_1,x_2,\dots,x_n)\}$ — (БФШ) на $[0,1]^n$; A — класс функций $f(x_1,x_2,\dots,x_n)\in C[0,1]^n$, у которых сходится ряд $\sum|a_m(f)|$ (здесь $\{a_m(f)\}$ — последовательность коэффициентов Фурье БФШ $f(x_1,x_2,\dots,x_n)$). Возникает вопрос: при каких условиях, наложенных на функцию $F(x)$, можно утверждать, что для любой функции $f(x_1,x_2,\dots,x_n)\in A$ суперпозиция $F(f(x_1,x_2,\dots,x_n)))\in A$. Этот вопрос рассматривались ранее для функций одной переменной (см. [2]) и для функций нескольких переменных в [3]. В последней работе было показано, что, если $F(x)$ целая функция и $f(x_1,x_2,\dots,x_n)\in A$, то суперпозиция $F(f(x_1,x_2,\dots,x_n))\in A$. В настоящей работе мы продолжаем исследовать эту проблему.

Теорема. *Для любой функции* $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in A$ *существует константа* M, *такая, что* $1/f(x_1, x_2, \ldots, x_n) + M) \in A$.

Замечание. В случае $n = 1$ этот результат вытекает из более общей теоремы, полученной в [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Semadeni Z.* Product Schauder Bases and Approximation with Nodes in Spaces of Continious Functions // Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Math. 1963. T. XI, № 6. C. 387–391.

2. *Сабурова Т. Н.* Суперпозиции функций и их ряды по системе Фабера – Шаудера // Изв. АНРФ. Сер. матем. 1972. Т. 36, № 2. С. 401–423.

3. *Сабурова Т. Н.* Об абсолютной сходимости рядов коэффициентов Фурье – Фабера – Шаудера функций нескольких переменных // Современные методы теории функций и смежные проблемы : тез. докл. Воронеж. зимней мат. шк. 2001. С. 228–229.

А. И. Савотин (Калуга)
irena1983.83@mail.ru

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ПОСТРОЕНИЯ НЕДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

Предлагается следующая конструкция непрерывной нигде не дифференцируемой функции, определенной на отрезке $[0; 1]$. Значения аргумента x представляются в виде бесконечной q-игной дроби

$$x = (0, x_1 x_2 \ldots x_n x_{n+1} x_{n+2} \ldots x_{n+k} \ldots)_q.$$

Соответствующее значение функции $f(x)$ определим в виде суммы ряда

$$f(x) = \frac{y_1}{p} + \frac{y_2}{p^2} + \ldots + \frac{y_n}{p^n} + \frac{y_{n+1}}{p^{n+1}} + \frac{y_{n+2}}{p^{n+2}} + \ldots + \frac{y_{n+k}}{p^{n+k}} + \ldots,$$

где p и y_i — целые числа, $2 \leqslant p < q$, $|y_i| < p$ при всех i.

Непрерывность функции $f(x)$ в каждой точке x отрезка $[0; 1]$ следует из рассмотрения

$$x' = (0, x_1 x_2 \ldots x_n x'_{n+1} x'_{n+2} \ldots x'_{n+k} \ldots)_q,$$

$$f(x') = \frac{y_1}{p} + \frac{y_2}{p^2} + \ldots + \frac{y_n}{p^n} + \frac{y'_{n+1}}{p^{n+1}} + \frac{y'_{n+2}}{p^{n+2}} + \ldots + \frac{y'_{n+k}}{p^{n+k}} + \ldots,$$

$$|f(x') - f(x)| \leqslant \frac{2}{p^{n-1}}.$$