А. В. Баданин (Архангельск), Е. Л. Коротяев (С.-Петербург)
a.badanin@mail.ru, korotyaev@gmail.com

СПЕКТРАЛЬНЫЕ АСИМПТОТИКИ ДЛЯ ОПЕРАТОРА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ[1]

Мы рассматриваем самосопряженный оператор

$$H = i\partial^3 + ip\partial + i\partial p + q$$

в $L^2(\mathbb{R})$ с вещественными 1-периодическими коэффициентами $p, q \in L^1(0,1)$. Оператор H используется в методе обратной задачи интегрирования уравнения Буссинеска («bad Boussinesq») на окружности, см. [1].

Мы доказываем, что спектр оператора H абсолютно непрерывен и заполняет всю ось. Спектр имеет кратность 1 или 3. Спектр кратности 3 состоит из конечного ($\geqslant 0$) числа ограниченных интервалов, отделенных интервалами со спектром кратности 1. Края спектральных интервалов кратности 3 являются вещественными точками ветвления трехлистной римановой поверхности функции $\tau(\lambda)$, заданной равенством $\det(M(\lambda) - \tau I_3) = 0$, где M — матрица монодромии оператора H, являющаяся целой матричнозначной функцией спектрального параметра λ.

Мы определяем высокоэнергетические асимптотики собственных значений периодической и антипериодической задач для оператора H и точек ветвления функции τ. Кроме того, в случае малых коэффициентов мы показываем, что весь спектр имеет кратность 1 за возможным исключением единственного малого непустого спектрального интервала со спектром кратности 3. В последнем случае мы находим асимптотику этого интервала.

В доказательствах мы используем технику, развитую при исследовании операторов четного порядка, см. [2–4]

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *McKean H.* Boussinesq's equation on the circle // Com. Pure and Appl. Math. 1981. Vol. 34. P. 599–691.

2. *Badanin A., Korotyaev E.* Spectral asymptotics for periodic fourth-order operators // Int. Math. Res. Not. 2005. Vol. 45. P. 2775–2814.

3. *Баданин А. В., Коротяев Е. Л.* Спектральные оценки для периодического оператора четвертого порядка // Алгебра и анализ. 2010. Т. 22(5) С. 1–48.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки (государственный контракт № 14.740.11.0581).

4. *Badanin A., Korotyaev E.* Even order periodic operator on the real line// Int. Math. Res. Not. 2011. rnr057. 53 p.

А. В. Баданин, Е. А. Смоленская (Архангельск)
a.badanin@mail.ru, e.smolenskaya@agtu.ru

СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА С 2×2 МАТРИЧНЫМ ПЕРИОДИЧЕСКИМ ДЕЛЬТА-ПОТЕНЦИАЛОМ[1]

Рассмотрим оператор Шредингера $-y'' + Qy$ в $L^2(\mathbb{R}) \oplus L^2(\mathbb{R})$, где

$$Q(x) = \begin{pmatrix} p & \beta\delta_{per}(x) \\ \bar{\beta}\delta_{per}(x) & -p \end{pmatrix}, \quad \delta_{per}(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(x + n + \frac{1}{2}\right),$$

$p \in \mathbb{R}, \beta \in \mathbb{C}$. Следуя [1], занумеруем собственные значения $\lambda^{\pm}_{2n,j}$ $(n \geqslant 0, j = 1,2)$ периодической задачи $y(0) = y(1), y'(0) = y'(1)$ и собственные значения $\lambda^{\pm}_{2n+1,j}$ $(n \geqslant 0,\ j = 1,2)$ антипериодической задачи $y(0) = -y(1), y'(0) = -y'(1)$ для уравнения

$$-y'' + Qy = \lambda y \tag{1}$$

так, что

$$\lambda^-_{0,2} \leqslant \lambda^+_{0,2} \leqslant \lambda^-_{2,1} \leqslant \lambda^+_{2,1} \leqslant \lambda^-_{2,2} \leqslant \lambda^+_{2,2} \leqslant \lambda^-_{4,1} \leqslant \lambda^+_{4,1} \leqslant \lambda^-_{4,2} \leqslant \lambda^+_{4,2} \leqslant \dots$$
$$\lambda^-_{1,1} \leqslant \lambda^+_{1,1} \leqslant \lambda^-_{1,2} \leqslant \lambda^+_{1,2} \leqslant \lambda^-_{3,1} \leqslant \lambda^+_{3,1} \leqslant \lambda^-_{3,2} \leqslant \lambda^+_{3,2} \leqslant \lambda^-_{5,1} \leqslant \lambda^+_{5,1} \leqslant \dots$$

Обозначим $\mu_{n,j}(t)$ $(n \geqslant 1, j = 1,2)$ – собственные значения задачи Дирихле $y(0) = y(1) = 0$ для уравнения (1) с потенциалом $Q(\cdot + t)$, $t \in \mathbb{R}$.

Теорема. *i) В каждом интервале* $[\lambda^-_{n,j}, \lambda^+_{n,j}]$ $(n \geqslant 1, j = 1,2)$ *при любом* $t \in \mathbb{R}$ *существует ровно одно собственное значение* $\mu_{n,j}(t)$.

ii) При изменении t *от* 0 *до* 1 *каждое собственное значение* $\mu_{n,j}(t)$ $(n \geqslant 1, j = 1,2)$ *движется монотонно между краями интервала* $[\lambda^-_{n,j}, \lambda^+_{n,j}]$, *заметая весь интервал* $2n$ *раз.*

Авторы благодарят Е. Л. Коротяева за постановку задачи и постоянное внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Badanin A., Brüning J., Korotyaev E.* The Lyapunov function for Schrödinger operators with a periodic 2×2 matrix potential // J. Funct. Anal. 2006. P. 106–126.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования (ГК 14.740.11.0581).