себя спектр оператора на произвольном периодическом графе? В работе исследуется зависимость между структурой периодического графа и наличием (или отсутствием) лакун в спектре оператора Лапласа.

Приведем одно из доказанных утверждений.

**Утверждение 1.** *Пусть* $(p_{1j}, p_{2j}) \in \mathbb{Z}^2$, $j = 1, \ldots, N_0$, *и граф* $\Gamma$ *представляет собой квадратную решетку с множеством вершин* $\mathbb{Z}^2$, *в которую добавлены ребра, соединяющие вершину* $(z_1, z_2)$ *с вершинами* $(z_1 + p_{1j}, z_2 + p_{2j})$, *для всех* $(z_1, z_2) \in \mathbb{Z}^2$. *Тогда*

$$\sigma_{ac}(-\Delta_\Gamma) = [0, +\infty) \Leftrightarrow p_{1j} + p_{2j} \text{ нечетно для всех } j = 1, \ldots, N_0.$$

Автор выражает благодарность Е. Л. Коротяеву и А. В. Баданину за внимание к работе и ценные советы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Pankrashkin K.* Spectra of Schrödinger operators on equilateral quantum graphs // Lett. Math. Phys. 2006. Vol. 77, № 2. P. 139–154.

2. *Kuchment P., Post O.* On the spectra of carbon nano-structures // Comm. Math. Phys. 2007. Vol. 275, № 3. P. 805–826.

3. *Ando K.* Inverse scattering theory for discrete Schrödinger operators on the hexagonal lattice // arXiv:1110.3922, 2011.

**Н. Ю. Сабурова (Архангельск)**
**n.saburova@gmail.com**

## О СПЕКТРЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА НА ПЕРИОДИЧЕСКОМ ГРАФЕ[1]

Рассматривается периодический плоский орграф $\Gamma$ с фундаментальной областью $W$. Граф $\Gamma$ будем называть периодическим, если он инвариантен относительно трансляций с периодами $\vec{e}_1, \vec{e}_2 \in \mathbb{R}^2$, т.е. $\Gamma + p_1\vec{e}_1 + p_2\vec{e}_2 = \Gamma$ при любых $(p_1, p_2) \in \mathbb{Z}^2$. Каждое ребро графа параметризуем параметром $x \in [0, 1]$ в соответствии с ориентацией.

Введем оператор $H$ на графе: на каждом ребре оператор действует как $\partial_x(\partial_x^3 + p\partial_x) + q$, $p, q \in L^2(0, 1)$, и функции $f$ из области определения оператора $H$ удовлетворяют условиям: $f$ непрерывна на графе $\Gamma$, $f''_e(v) = 0$, $\sum\limits_{e: v=\tau(e)} \big(f'''_e + p\, f'_e\big)(v) - \sum\limits_{e: v=i(e)} \big(f'''_e + p\, f'_e\big)(v) = 0$ для всех вершин $v$ графа; $i(e)$ и $\tau(e)$ — соответственно начальная и конечная вершина ребра $e$; $f_e$ — сужение функции $f$ на ребро $e$ графа.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (ГК 14.740.11.0581).

Обозначим через $\varphi_j(x,\lambda)$, $(x,\lambda) \in [0,1]\times\mathbb{C}$, решения уравнения $(f''' + p\,f')' + qf = \lambda f$, удовлетворяющие условиям $\varphi_j^{(k-1)}(0,\lambda) = \delta_{jk}$, где $\varphi_j^{(3)} = \varphi_j''' + p\,\varphi_j'$, $j,k = \overline{1,4}$, $\delta_{jk}$ — символ Кронекера. Пусть

$$\Delta_{mn}^{kl}(\lambda) = \begin{vmatrix} \varphi_m^{(k)} & \varphi_n^{(k)} \\ \varphi_m^{(l)} & \varphi_n^{(l)} \end{vmatrix}(1,\lambda), \qquad m,n = 1,2,3,4, \quad k,l = 0,1,2,3,$$

$R = \{\lambda \in \mathbb{R} : \varphi_2''(1,\lambda)\Delta_{42}^{32}(\lambda) \neq 0\}$, $D(\lambda,\theta_1,\theta_2)$ — определитель линейной системы уравнений с неизвестными $f(v)$, $v \in W$:

$$\big(\Delta_{42}^{32}(\lambda)\deg_+ v + \Delta_{12}^{02}(\lambda)\deg_- v\big) f(v) = \varphi_2''(1,\lambda)\sum_{u\in S(v)} e^{i(p_{1j}\theta_1 + p_{2j}\theta_2)} f(v_j).$$

Здесь $S(v)$ — множество всех вершин, смежных с $v$; $v_j$ — вершина фундаментальной области, которая переходит в вершину $u \in S(v)$ при трансляции графа $\Gamma$ на вектор $p_{1j}\vec{e}_1 + p_{2j}\vec{e}_2$; $\deg_+ v$ и $\deg_- v$ — полустепень захода и полустепень исхода вершины $v$.

**Утверждение 1.** *Если $\lambda \notin R$, то $\lambda$ принадлежит спектру $\sigma(H)$ оператора $H$ тогда и только тогда, когда $D(\lambda,\theta) = 0$ для некоторого $\theta = (\theta_1,\theta_2) \in [-\pi;\pi]^2$.*

**Н. Ю. Сабурова, А. В. Томилова (Архангельск)**
**n.saburova@gmail.com, vdovinaanna1709@rambler.ru**

## СОБСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ ОПЕРАТОРА ШРЁДИНГЕРА НА БЕСКОНЕЧНОЙ ГЕКСАГОНАЛЬНОЙ РЕШЕТКЕ[1]

Рассматривается орграф $\Gamma$, имеющий вид бесконечной гексагональной решетки. Ориентацию ребер графа выберем таким образом, чтобы каждая вершина являлась либо начальной для всех инцидентных ей ребер, либо конечной. Каждое ребро графа параметризуем параметром $x \in [0,1]$ в соответствии с ориентацией.

Введем оператор $H$ на графе: на каждом ребре оператор действует как $-\partial_x^2 + q$, $q \in L^2(0,1)$, и функции $f$ из области определения $D(H)$ оператора $H$ подчинены условиям Кирхгофа.

В случае четного потенциала $q$ собственные функции оператора Шрёдингера на гексагональном графе изучались в работе [1].

Пусть $\sigma_D$ – спектр краевой задачи Дирихле $-f'' + qf = \lambda f$, $f(0) = 0$, $f(1) = 0$. Определим пространство $\mathcal{H}(\lambda) = \{\psi \in D(H) : H\psi = \lambda\psi\}$ для $\lambda \in \sigma_D$.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (ГК 14.740.11.0581).