**В. С. Рыхлов (Саратов)**
**RykhlovVS@info.sgu.ru**

# О ПОЛНОТЕ КОРНЕВЫХ ФУНКЦИЙ ОДНОГО КЛАССА СИЛЬНО НЕРЕГУЛЯРНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ[1]

В пространстве $L_2[0,1]$ для $n = 2m+1$, где $m \in \mathbb{N}$, рассмотрим обыкновенный дифференциальный оператор $L$: $l(y) := y^{(n)}$, $U_\nu(y) := = \alpha_\nu y^{(\nu-1)}(0) + y^{(\nu-1)}(1) = 0$, $\nu = \overline{1,n}$, где $\alpha_\nu \in \mathbb{C}$.

В [1] была дана классификация операторов $L$ по степени их нерегулярности: введены классы операторов в порядке усиления их нерегулярности $\mathrm{NR}_j$, $\mathrm{NR}_j^0$, $\mathrm{NR}_j^1$, $j = \overline{0, m-1}$. В классификации использовались параметры $\theta_{1,r} := a_1 - s_1 a_n - \cdots - s_r a_{n-r+1}$, $\theta_{2,r} := a_2 - s_1 a_1 - \cdots - s_r a_{n-r+2}$, $\ldots$, $\theta_{n,r} := a_n - s_1 a_{n-1} - s_2 a_{n-2} - \cdots - s_r a_{n-r}$, где $r \in \mathbb{N}$, $s_j \in \mathbb{C}$ $(j = \overline{1,r})$, $a_\nu := \hat{\alpha}_\nu \omega_1^{\nu-1}$ $(\nu = \overline{1,n})$, $(\hat{\alpha}_1, \ldots, \hat{\alpha}_n)^T := \left(\Omega^T\right)^{-1} (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)^T$, $\Omega := \left(\omega_j^{\nu-1}\right)_{\nu,j=1}^n$, $\omega_j = \exp\dfrac{(2j-1)\pi i}{n}$, $j = \overline{1,n}$. Если индекс у $a_\nu$ выходит за диапазон $\overline{1,n}$, то предполагается, что $a_\nu = a_{\mathrm{mod}_n(\nu)}$. Полнота в $L_2[0,1]$ системы корневых функций операторов $L$ из классов $\mathrm{NR}_1$, $\mathrm{NR}_1^0$, $\mathrm{NR}_1^1$ уже доказана (см. ссылку в [1]). Рассмотрим случай $L \in \mathrm{NR}_2$. В [1] получены необходимые и достаточные условие для того, чтобы $L \in \mathrm{NR}_j$. В частности, справедлива

**Теорема 1.** *$L \in \mathrm{NR}_2$ тогда и только тогда, когда $\hat{\Delta}_{12\ldots m+3} \neq 0$ и существуют такие числа $s_1, s_2, \ldots, s_{m-2}$, что $s_{m-2} \neq 0$ и выполняется какое-либо одно из следующих условий:*
1°) $\theta_{1,m-2} = \cdots = \theta_{m+2,m-2} = 0$, $\theta_{m+3,m-2} \neq 0$, $\theta_{n,m-2} \neq 0$;
2°) $\theta_{n,m-2} = \cdots = \theta_{m+1,m-2} = 0$, $\theta_{m+2,m-2} \neq 0$, $\theta_{n-1,m-2} \neq 0$;
..........................................................................................
4°) $\theta_{n-2,m-2} = \cdots = \theta_{m-1,m-2} = 0$, $\theta_{m,m-2} \neq 0$, $\theta_{n-3,m-2} \neq 0$.

Удалось получить следующее достаточное условие полноты.

**Теорема 2.** *Если $n = 7$ $(m = 3)$, $L \in \mathrm{NR}_2$ и такой, что $s_1 = \omega_j$, $j = \overline{1,7}$, то система его корневых функций полна в $L_2[0,1]$.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Рыхлов В. С.* О некоторых свойствах определителей с циклически сдвинутыми столбцами и их применение в классификации дифференциальных операторов // Spectral and evolution problems: Proc. XIV Crimean Autumn Mathematical School-Symposium. Simferopol, 2004. Vol. 14. P. 71–78.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 10-01-00270) и гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (проект № НШ-4383.2010.1).