Обратно, $\exists\ f \in \Pi_p$ *и* $\exists\ \{z_k\}_{k=1}^{+\infty}$, $z_k \in D$, $k = 1, 2, \ldots$, *такие что* $f(z_k) = 0$, $k = 1, 2, \ldots$, $f \not\equiv 0$, *но*

$$\forall\ \varepsilon > 0 \sum_{k=1}^{+\infty} (1 - |z_k|)^{\frac{1}{p}} \ln^{\frac{1+\varepsilon}{p}} \left(\frac{1}{1 - |z_k|} \right) = +\infty.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Привалов И. И.* Субгармонические функции. М.; Л., 1937. 200 с.

2. *Шамоян Ф. А., Беднаж В. А., Приходько О. В.* О нулевых множествах некоторых весовых классов аналитических в круге функций // Вестн. Брянск. гос. ун-та. 2008. Вып. 4. С. 85–92.

Т. В. Родионов (Москва)
rodionovtv@mail.ru

О РАВЕНСТВЕ БОРЕЛЕВСКИХ И БЭРОВСКИХ КЛАССОВ ФУНКЦИЙ[1]

Пусть T — топологическое пространство с семействами $\mathcal{G}$, $\mathcal{F}$, и $\mathcal{B}$ открытых, замкнутых и борелевских множеств. Известно, что $\mathcal{B} = \Lambda_{\omega_1}$, где $\Lambda_1 \equiv \mathcal{F}_\sigma$, $\Lambda_2 \equiv \mathcal{G}_{\delta\sigma}$, $\Lambda_3 \equiv \mathcal{F}_{\sigma\delta\sigma}$, $\Lambda_4 \equiv \mathcal{G}_{\delta\sigma\delta\sigma}$, ... для совершенного T [1, 30.II], и $\Lambda_1 \equiv \mathcal{K}_\sigma$, $\Lambda_2 \equiv \mathcal{L}_{\delta\sigma}$, $\Lambda_3 \equiv \mathcal{K}_{\sigma\delta\sigma}$, $\Lambda_4 \equiv \mathcal{L}_{\delta\sigma\delta\sigma}$, ..., где $\mathcal{K} \equiv \{G \cap F \mid G \in \mathcal{G}, F \in \mathcal{F}\}$ (семейство *симметризуемых множеств*), $\mathcal{L} \equiv \{G \cup F \mid G \in \mathcal{G}, F \in \mathcal{F}\}$ для произвольного T [2].

Пусть X — нормированное пространство, $\mathcal{S}$ — некоторое непустое семейство подмножеств T. Через $M(T, \mathcal{S}, X)$ обозначим семейство всех $\mathcal{S}$-*измеримых функций* $f : T \to X$, т. е. таких, что прообраз любого открытого шара принадлежит $\mathcal{S}$. В частности, получаем семейство непрерывных функций $C(T, X) \equiv M(T, \mathcal{G}, X)$ и семейство $B_\alpha(T, X) \equiv M(T, \Lambda_\alpha, X)$ *борелевских функций класса* α, $1 \leqslant \alpha < \omega_1$.

Для произвольного семейства $A(T, X)$ функций на T со значениями в X определим соответствующие *классы Бэра*: $\mathrm{Lim}_\alpha A(T, X)$ ($1 \leqslant \alpha \leqslant \omega_1$) состоит из всевозможных поточечных пределов функций классов $\mathrm{Lim}_\beta A(T, X)$, $0 \leqslant \beta < \alpha$, $\mathrm{Lim}_0 A(T, X) \equiv A(T, X)$.

Для метрического T и $X = \mathbb{R}$ известны равенства $\mathrm{Lim}_\alpha C(T, \mathbb{R}) = B_\alpha(T, \mathbb{R})$ при $1 \leqslant \alpha < \omega_0$ и $\mathrm{Lim}_\alpha C(T, \mathbb{R}) = B_{\alpha+1}(T, \mathbb{R})$ при $\omega_0 \leqslant \alpha < \omega_1$ (теорема Лебега–Хаусдорфа [1, 31.IX]). Для метрического T и сепарабельного метрического X верны равенства $\mathrm{Lim}_\alpha M(T, \mathcal{F}_\sigma, X) = B_{\alpha+1}(T, X)$, $1 \leqslant \alpha < \omega_1$ (теорема Банаха [1, 31.IX]).

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-01-00321) и грантов Президента РФ (МК-833.2012.1, НШ-979.2012.1).

В [2] доказано следующее равенство для произвольного топологического пространства T: $\operatorname{Lim}_\alpha M(T, \mathcal{K}_\sigma, \mathbb{R}) = B_{\alpha+1}(T, \mathbb{R})$, $1 \leqslant \alpha < \omega_1$.

Аналогичное равенство бэровских и борелевских классов справедливо и для функций на произвольном T со значениями в сепарабельном нормированном пространстве X: $\operatorname{Lim}_\alpha M(T, \mathcal{K}_\sigma, X) = B_{\alpha+1}(T, X)$, $1 \leqslant \alpha < \omega_1$. Если T совершенно нормально, то верна и теорема типа Лебега – Хаусдорфа с X вместо $\mathbb{R}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Куратовский К.* Топология. Т. 1. М.: Мир, 1966.

2. *Захаров В. К., Родионов Т. В.* Классификация борелевских множеств и функций на произвольном пространстве // Мат. сб. 2008. Т. 199, № 6. С. 49–84.

И. А. Романова (Волгоград)

irina.a.romanova@gmail.com

N-РЕШЕНИЯ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Рассмотрим квазилинейное уравнение с квадратичной главной частью

$$L_{\gamma,\varepsilon}[u] = u_{xx}\left(2\varepsilon + (\gamma+1)\,u_x^2 + (\gamma-1)u_y^2\right) + 4u_{xy}\,u_x u_y +$$
$$+ u_{yy}\left(2\varepsilon + (\gamma+1)\,u_y^2 + (\gamma-1)\,u_x^2\right) = 0,$$

где $|\gamma| \geq 1$, $\varepsilon = 0$, 1 или -1.

Данное уравнение обобщает многие уравнения геометрии и теории потенциала.

В работе рассматривается метод построения параметрического представления решений для данного уравнения при $\varepsilon = \operatorname{sng}\gamma$. При этом, для случая $\gamma = \varepsilon = 1$ мы получаем минимальную поверхность, заключенную в цилиндр, а в остальных случаях построенные решения являются целыми C^2-гладкими функциями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зорина И. А., Ткачев В. Г.* О целых решениях квазилинейных уравнений с квадратичной главной частью // Вестн. СамГУ. Сер. Математика. 2008. № 3. С. 108–123.

2. *Зорина И. А.* Целые решения уравнения Саймона // Геометрический анализ и его приложения : тр. междунар. шк.-конф. (Волгоград, 24–30 мая 2004 г.). Волгоград, 2005. С. 55–74.

3. *Романова И. А.* N-решения уравнения минимальных поверхностей // Тр. Мат. центра им. Н. И. Лобачевского : материалы Десятой междунар. Казан. летней науч. шк.-конф. 2011. Т. 43. С. 308–309.