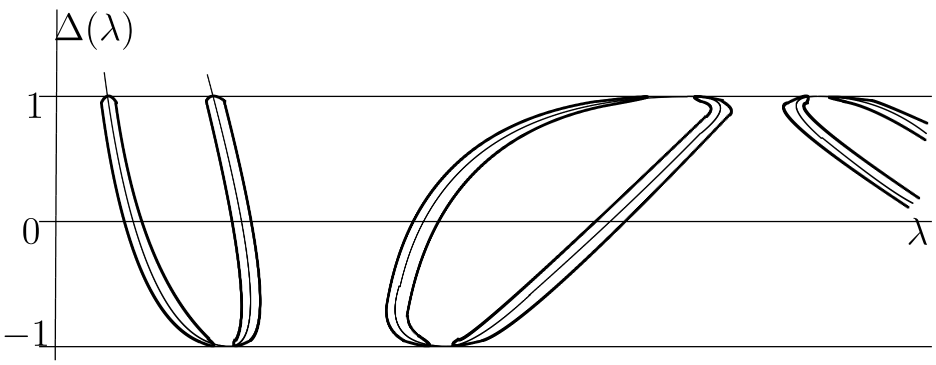
А. В. Баданин, Л. А. Баданина (Архангельск)
a.badanin@mail.ru, agtu_kaf_mat@mail.ru

ОПЕРАТОР ШРЕДИНГЕРА С КОМПЛЕКСНЫМ 2×2 МАТРИЧНЫМ ПЕРИОДИЧЕСКИМ δ-ПОТЕНЦИАЛОМ[1]

Рассмотрим оператор Шредингера $Hy = -y'' + Qy$ в $L^2(\mathbb{R}) \oplus L^2(\mathbb{R})$, где $Q = \begin{pmatrix} p & q_1 + q_2 \\ \bar{q}_1 + \bar{q}_2 & -p \end{pmatrix}$, $q_j(x) = \gamma_j \sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x - n - x_j)$, $j = 1, 2$, $0 < x_1 < x_2 < 1$, $p \in \mathbb{R}$, $\gamma_j \in \mathbb{C}$. Введем матрицу $L = \frac{1}{2}(M + M^{-1})$, где $M(\lambda) = \begin{pmatrix} \vartheta & \varphi \\ \vartheta' & \varphi' \end{pmatrix}(1, \lambda)$ — матрица монодромии, $\vartheta(t, \lambda)$, $\varphi(t, \lambda)$, $(t, \lambda) \in \mathbb{R} \times \mathbb{C}$ — фундаментальные решения уравнения $-y'' + Qy = \lambda y$, удовлетворяющие условиям $\vartheta(0, \lambda) = \varphi'(0, \lambda) = 1$, $\vartheta'(0, \lambda) = \varphi(0, \lambda) = 0$. Известно, см. [1], что если γ_1, γ_2 вещественны, то при любом $\lambda \in \mathbb{C}$ 4×4-матрица $L(\lambda)$ имеет два двукратных собственных значения. В случае γ_1, $\gamma_2 \notin \mathbb{R}$ матрица $L(\lambda)$ имеет четыре собственных значения $\Delta_j(\lambda)$, $j = 1, 2, 3, 4$. Эти собственные значения являются ветвями функции, аналитической на 4-листной римановой поверхности. Спектр оператора H абсолютно непрерывен и равен $\sigma(H) = \{\lambda \in \mathbb{R} : \Delta_j(\lambda) \in [-1, 1]$ для $j = 1, 2, 3$ или $4\}$. Примерный вид функции Ляпунова для оператора H показан на рисунке. Тонкими линиями показана функция Ляпунова при вещественных γ_1, γ_2.



Авторы благодарят Е. Л. Коротяева за постановку задачи и постоянное внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Badanin A., Brüning J., Korotyaev E.* The Lyapunov function for Schrödinger operators with a periodic 2×2 matrix potential // J. Funct. Anal. 2006. P. 106–126.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования (ГК 14.740.11.0581).