

И. В. Поляков (Москва)

igorp86@mail.ru

ОЦЕНКИ ЯДРА ДИРИХЛЕ И РАСХОДЯЩИЕСЯ РЯДЫ ФУРЬЕ ПО СИСТЕМЕ УОЛША – КАЧМАЖА¹

Для тригонометрической системы широко известен результат Колмогорова о существовании интегрируемой функции, ряд Фурье которой расходится почти всюду. Данный результат обобщался многими авторами для различных классов ортогональных систем. Для системы Уолша – Качмажа наиболее сильный результат в данном направлении принадлежит Балашову, который показал, что для всякого $\epsilon \in (0, 1)$ найдется функция f из класса $L(Ln^+L)^{1-\epsilon}[0, 1]$, ряд Фурье – Уолша – Качмажа которой имеет монотонные коэффициенты и расходится почти всюду в $[0, 1]$. Доказательство данного утверждения существенным образом опирается на оценку Шнейдера для ядер Дирихле по системе Уолша – Качмажа, который показал что найдется константа $C > 0$, для которой выполнено

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{D_n^x}{\ln n} > C \text{ для почти всех } x \in [0, 1].$$

Автором получено усиление данной оценки.

Лемма 1. Для всякой положительной и возрастающей последовательности $\{\lambda_n\}$, такой что $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\lambda_n} = \infty$, верхний предел $\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{D_n^x(x)}{\lambda_n}$ равен бесконечности для почти всех $x \in [0, 1]$.

С помощью данного факта построен новый пример расходящегося почти всюду ряда Фурье – Уолша – Качмажа.

Теорема 1. Для всякой $F(u) = uf(u)$, где $f(u)$ - неубывающая непрерывная на $[0, \infty)$ функция, $f(0) = 1$ и $f(u)$ удовлетворяет условию $f(u) = o(\log u)$, при $u \rightarrow \infty$, существует такая функция $g \in F(L)$, ряд Фурье – Уолша – Качмажа которой расходится почти всюду на $[0, 1]$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шнейдер А. А., О рядах по функциям Вальша с монотонными коэффициентами // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1948. Т. 12, № 2. С. 179–192.
2. Балашов Л. А. О рядах по системе Уолша с монотонными коэффициентами // Сиб. мат. журн. 1971. Т. 12, № 1. С. 25–39.
3. Поляков И. В. Оценки ядра Дирихле и расходящиеся ряды Фурье // Мат. заметки (в печати).

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-01-00321).