**А. В. Политов (Москвв)**
**antonpolitov-2008@ya.ru**

# ОРТОРЕКУРСИВНЫЕ РАЗЛОЖЕНИЯ ПО СИСТЕМЕ СЖАТИЙ И СДВИГОВ НА КВАДРАТЕ[1]

**Определение.** Семейство функций $\varphi_{k,l_1,l_2}(x,y) = 2^k\varphi(2^kx - l_1, 2^ky - l_2)$, где $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$; $l_i = 0, 1, \ldots, 2^k - 1$; $i \in \{1,2\}$, будем называть *системой сжатий и сдвигов* функции $\varphi(x,y)$.

Напомним, как производится орторекурсивное разложение(далее ОРР) элементов в гильбертовом пространстве (см., например, [1]). Пусть в пространстве $\mathcal{H}$ даны вектор $f \in \mathcal{H}$ и система нормированных векторов $\{e_n\}_{n=1}^{\infty}$. Положим $\tilde{f}_1 = (f, e_1)$; если уже определены $\tilde{f}_1, \ldots, \tilde{f}_n$, то положим $\tilde{f}_{n+1} = (r_n(f), e_{n+1})$, где $r_n(f) = f - \sum_{k=1}^{n} \tilde{f}_k e_k$. Коэффициенты $\tilde{f}_n$ называются *орторекурсивными коэффициентами Фурье* элемента $f$ по системе $\{e_n\}_{n=1}^{\infty}$, а ряд $\sum_{k=1}^{\infty} \tilde{f}_k e_k$ — *орторекурсивным рядом Фурье* элемента $f$ по системе $\{e_n\}_{n=1}^{\infty}$.

Пронумеруем систему сжатий и сдвигов одним индексом: $\varphi_{k,l_1,l_2} = e_{(4^k+2)/3+2^kl_2+l_1}$. Рассмотрим ОРР по пронумерованной таким образом системе. Оказывается, что для него имеет место следующее достаточное условие сходимости к разлагаемому элементу.

**Теорема.** *Пусть функция $\varphi \in L_2[0,1)^2$, удовлетворяет условиям $\sum_{k=1}^{\infty} \omega_2^2(\varphi, 2^{-k}) < \infty$, где $\omega_2(\varphi,\delta)$ — модуль непрерывности в $L_2[0,1)^2$, и $\int_{[0,1)^2} \varphi(x)d\mu \neq 0$. Тогда ОРР по системе сжатий и сдвигов функции $\varphi$ сходится в норме $L_2[0,1)^2$ к разлагаемой функции для любой функции из $L_2[0,1)^2$.*

Полученная теорема обобщает теорему, приведенную в тезисах А. Ю. Кудрявцева [2] (см. также [3]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лукашенко Т. П.* О свойствах орторекурсивных разложений по неортогональным системам // Вестн. Моск. гос. ун-та. Сер. 1. Мат., мех. 2001. № 1. С. 6–10.

2. *Кудрявцев А. Ю.* Орторекурсивные разложения по системам сжатий и сдвигов фиксированной функции // Современные методы теории ф-ций и смежные проблемы : тез. докл. Воронеж. зимней мат. шк. Воронеж, 2001. С. 161–162.

3. *Политов А. В.* Орторекурсивные разложения в гильбертовых пространствах // Вестн. Моск. гос. ун-та. Сер. 1. Мат., мех. 2010. № 3. С. 3–7.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 11-01-00476-а).