

При $p = 1$, $\omega(r) = r$ в случае целых функций указанное утверждение совпадает с классической теоремой Валирона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гольдберг А. А., Островский И. В. Распределение значений мероморфных функций. М.: Наука, 1979.
2. Левин Б. Я. Распределение корней целых функций. М.: Гостехиздат, 1956.
3. Хейман У., Кеннеди П. Субгармонические функции. М.: Мир, 1980.

И. С. Панфилова (Саратов)

panfilova_inga@mail.ru

ПРИЗНАКИ СХОДИМОСТИ КВАДРАТУРНЫХ ФОРМУЛ, ПОСТРОЕННЫХ С ПОМОЩЬЮ ОБОБЩЕННЫХ ОПЕРАТОРОВ УИТТЕКЕРА – КОТЕЛЬНИКОВА – ШЕННОНА

Для любого потенциала $q_\lambda \in V_{p,\lambda}[0, \pi]$ при $\lambda \rightarrow \infty$ нули решения задачи Коши [1, (1.4)] или, при дополнительном условии $h(\lambda) \neq 0$, задачи Коши [1, (1.5)], попадающие в $[0, \pi]$ и перенумерованные в порядке возрастания, обозначим как [1, (1.6)]. Определим оператор, ставящий в соответствие любой заданной на отрезке $[0, \pi]$ функции f непрерывную функцию

$$T_\lambda(f, x) = \sum_{k=0}^n \frac{y(x, \lambda)}{y'(x_{k,\lambda})(x - x_{k,\lambda})} \left[f(x_{k,\lambda}) - \frac{f(\pi) - f(0)}{\pi} x_{k,\lambda} - f(0) \right] + \\ + \frac{f(\pi) - f(0)}{\pi} x + f(0).$$

Теорема 1. Пусть $f \in C[0, \pi]$ и функции q_λ и $h(\lambda)$ удовлетворяют условию [1, (2.1)] в случае задачи Коши [1, (1.4)] или [1, (2.2)] – в случае задачи [1, (1.5)]. Тогда если выполняется условие

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \max_{0 \leq p \leq n-1} \left| \sum_{m=\tilde{m}_1}^{\tilde{m}_2} \frac{f(x_{2m+1,\lambda}) - f(x_{2m,\lambda})}{p - 2m} \right| = 0 \quad (1)$$

(здесь \tilde{m}_2, \tilde{m}_1 определяются с помощью [1, (2.13)], и если $\tilde{m}_2 < \tilde{m}_1$, то сумма в (1) равна нулю), или эквивалентное ему условие

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \max_{0 \leq p \leq n-1} \left| \sum_{m=0}^{[n/2]-1} \frac{f(x_{2m+1,\lambda}) - f(x_{2m,\lambda})}{p - 2m} \right| = 0,$$

где штрих у сумм означает отсутствие слагаемого со знаменателем равным нулю, то

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \max_{x \in [0, \pi]} \left| \int_0^\pi (T_\lambda(f, x) - f(x)) dx \right| = 0.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трынин А. Ю. Обобщение теоремы отсчетов Уиттекера – Котельникова – Шеннона для непрерывных функций на отрезке // Мат. сб. 2009. Т. 200, № 11. С. 61–108.

А. А. Пекарский (Минск)
pekarskii@gmail.com

О ТЕОРЕМЕ ТИПА ДЖЕКСОНА ДЛЯ НАИЛУЧШИХ РАЦИОНАЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ ФУНКЦИЙ В ПРОСТРАНСТВЕ СМИРНОВА

В комплексной плоскости \mathbb{C} рассмотрим односвязную ограниченную область G со спрямляемой жордановой границей ∂G . Через $E_p = E_p(G)$, $0 < p \leq \infty$, обозначим пространство Смирнова [1] функций f аналитических в G , наделённых стандартной квазинормой $\|f\|_{E_p} = \|f\|_{L_p(\partial G)}$. Через \mathcal{R}_n , $n = 0, 1, \dots$, обозначим множество рациональных функций степени не выше n . Для $f \in E_p$ введём

$$R_n(f)_p = \inf \{ \|f - r\|_{E_p} : r \in \mathcal{R}_n \cap E_p \}$$

— наилучшее приближение f посредством множества \mathcal{R}_n .

Пусть $0 < p \leq \infty$, $s \in \mathbb{N}$, $1/\sigma = s + 1/p$, f аналитична в G и $f^{(s)} \in E_\sigma$. Тогда (при указанных ниже дополнительных условиях на ∂G) $f \in E_p$ и

$$R_n(f)_p \leq \frac{c}{n^s} \|f^{(s)}\|_{E_\sigma}, \quad n \geq s, \quad (1)$$

где $c > 0$ и не зависит от f .

Неравенство типа Джексона (1) получено нами в [2] при следующих условиях на ∂G : ∂G — кривая Лаврентьева при $0 < p < \infty$; ∂G — кривая Альпера или Радона при $p = \infty$. Кривые Лаврентьева и Радона могут иметь как внутренние, так и внешние острые углы. Автором в [2–4] показано, что если ∂G имеет хотя бы один внутренний или внешний нулевой угол, то неравенство (1) не выполняется.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Duren P. Theory of H^p spaces. NY: Academic Press, 1970.