Далее, пусть $\delta_N = \max_{0\le j\le N-1}\Delta t_j$, $\varkappa_2$ — наименьшая константа в неравенстве типа В. А. Маркова для оценки производных алгебраических многочленов в метрике пространства $L_1[-1,1]$, $C[-1,\,1]$ — пространство непрерывных на отрезке $[-1,1]$ функций.

В работе [4] исследованы асимптотические свойства многочлена $\hat{p}_{n,N}(x)$ при n, $N\to\infty$.

Основным результатом настоящей работы является следующая теорема.

Теорема. *Пусть* $f\in C[-1,1]$, $0<b<1$, $0<a\le\left(\dfrac{1-b}{2\varkappa_2}\right)^{\frac14}$, $n=O(\delta_N^{-2/7})$. *Тогда справедливо неравенство* $(-1\le x\le 1)$

$$L_{n,N}(x)\le c(a,b)n^{1/2},$$

где

$$L_{n,N}(x)=\sum_{j=0}^{N-1}\left|\sum_{k=0}^{n}\hat{p}_{k,N}(x)\hat{p}_{k,N}(x_j)\right|\Delta t_j.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Агаханов С. А., Натансон Г. И.* Функция Лебега сумм Фурье – Якоби // Вестн. Ленингр. ун-та. 1968. № 1. С. 11–23.

2. *Бадков В. М.* Оценки функции Лебега и остатка ряда Фурье – Якоби // Сиб. мат. журн. 1968. Т. 9, № 6. С. 1263–1283.

3. *Шарапудинов И. И.* О сходимости метода наименьших квадратов // Мат. заметки. 1993. Т. 53, № 3. С. 131–143.

4. *Нурмагомедов А. А.* Об асимптотике многочленов, ортогональных на произвольных сетках // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер 2008. Т. 8. Сер. Математика. Механика. Информатика, вып. 1. С. 25–31.

О. В. Охлупина (Брянск)

helga131081@yandex.ru

О НЕКОТОРЫХ ОЦЕНКАХ В КЛАССАХ СУБГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ

Пусть C — комплексная плоскость, $SH(C)$ — множество всех субгармонических в C функций, Ω_ρ — класс положительных функций из $C^1(R_+)$, $R_+=(0;+\infty)$, удовлетворяющих следующим двум условиям:

1) $\alpha_\omega=\sup_{x\in R_+}\frac{x\cdot|\omega'(x)|}{\omega(x)}<+\infty$,

2) $\displaystyle\int\limits_1^{+\infty}\frac{\omega(x)}{x^{1+\rho}}dx<+\infty.$

Введём в рассмотрение класс функций

$$A^p_{\omega,\rho} = \left\{ u \in SH(C) : \left(\int\limits_1^{+\infty} \frac{\left(\int\limits_{-\pi}^{\pi} u^+(re^{i\varphi}) d\varphi \right)^p \omega(r)}{r^{1+\rho}} dr \right)^{\frac{1}{p}} < +\infty \right\},$$

$\rho > 0$, $0 < p < +\infty$,

$$A\left(\frac{z}{\zeta}, q\right) = \left(1 - \frac{z}{\zeta}\right) \exp\left\{ \frac{z}{\zeta} + \frac{1}{2}\left(\frac{z}{\zeta}\right)^2 + ... + \frac{1}{q}\left(\frac{z}{\zeta}\right)^q \right\}$$

— фактор Вейерштрасса, где q — наименьшее целое число, для которого $\int\limits_0^{+\infty} t^{-q-1} n(t) dt = +\infty$, $q > 0$, $|z| < t$.

Основным результатом работы является

Теорема. *Пусть* $0 < p < +\infty$, $\rho > 0$, *и* $q \in Z_+$ *удовлетворяет неравенству*

$$\frac{\rho}{p} - 1 < q < \frac{\rho}{p}$$

(отношение ρ/p *не является целым числом при* $0 < p \le 1$*).*

Тогда класс функций $A^p_{\omega,\rho}(C)$ *совпадает с классом функций, допускающих представление:*

$$u(z) = \int\limits_C ln \left| A\left(\frac{z}{\zeta}, q\right) \right| d\mu(\zeta) + h(z),$$

где $z, \zeta \in C$, $h(z)$ *— гармоническая функция в* C, *удовлетворяющая условию*

$$\int\limits_1^{+\infty} \frac{\int\limits_{-\pi}^{\pi} \left(\left| h(re^{i\varphi}) \right| d\varphi \right)^p \omega(r)}{r^{1+\rho}} dr < +\infty,$$

$\omega \in \Omega_\rho$, $\mu(\zeta)$ *— неотрицательная борелевская мера:*

$$\int\limits_1^{+\infty} \frac{n^p(r)\omega(r)}{r^{1+\rho}} dr < +\infty,$$

$n(r) = \mu(D_r)$, $0 < r < +\infty$.

При $p=1$, $\omega(r)=r$ в случае целых функций указанное утверждение совпадает с классической теоремой Валирона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гольдберг А. А., Островский И. В.* Распределение значений мероморфных функций. М.: Наука, 1979.

2. *Левин Б. Я.* Распределение корней целых функций. М.: Гостехиздат, 1956.

3. *Хейман У., Кеннеди П.* Субгармонические функции. М.: Мир, 1980.

И. С. Панфилова (Саратов)
panfilova_inga@mail.ru

ПРИЗНАКИ СХОДИМОСТИ КВАДРАТУРНЫХ ФОРМУЛ, ПОСТРОЕННЫХ С ПОМОЩЬЮ ОБОБЩЕННЫХ ОПЕРАТОРОВ УИТТЕКЕРА – КОТЕЛЬНИКОВА – ШЕННОНА

Для любого потенциала $q_\lambda \in V_{p_\lambda}[0,\pi]$ при $\lambda\to\infty$ нули решения задачи Коши [1, (1.4)] или, при дополнительном условии $h(\lambda)\neq 0$, задачи Коши [1, (1.5)], попадающие в $[0,\pi]$ и перенумерованные в порядке возрастания, обозначим как [1, (1.6)]. Определим оператор, ставящий в соответствие любой заданной на отрезке $[0,\pi]$ функции f непрерывную функцию

$$T_\lambda(f,\ x)=\sum_{k=0}^{n}\frac{y(x,\ \lambda)}{y'(x_{k,\lambda})(x-x_{k,\lambda})}\left[f(x_{k,\lambda})-\frac{f(\pi)-f(0)}{\pi}x_{k,\lambda}-f(0)\right]+$$

$$+\frac{f(\pi)-f(0)}{\pi}x+f(0).$$

Теорема 1. *Пусть $f\in C[0,\ \pi]$ и функции q_λ и $h(\lambda)$ удовлетворяют условию [1, (2.1)] в случае задачи Коши [1, (1.4)] или [1, (2.2)] — в случае задачи [1, (1.5)]. Тогда если выполняется условие*

$$\lim_{\lambda\to\infty}\max_{0\le p\le n-1}\left|\sum_{m=\tilde m_1}^{\tilde m_2}{}'\frac{f(x_{2m+1,\lambda})-f(x_{2m,\lambda})}{p-2m}\right|=0 \qquad (1)$$

(здесь $\tilde m_2$, $\tilde m_1$ определяются с помощью [1, (2.13)], и если $\tilde m_2<\tilde m_1$, то сумма в (1) равна нулю), или эквивалентное ему условие

$$\lim_{\lambda\to\infty}\max_{0\le p\le n-1}\left|\sum_{m=0}^{[n/2]-1}{}'\frac{f(x_{2m+1,\lambda})-f(x_{2m,\lambda})}{p-2m}\right|=0,$$