3. *Малютина А.Н., Елизарова М.А.* О существовании углового предела для отображений с s-усредненной характеристикой, заданных на единичном шаре B^n // Деп. в ВИНИТИ 12.10.11, № 445В2011.

Т. С. Мардвилко (Минск)
mardvilko@mail.ru

ЭКСТРЕМАЛЬНОЕ НЕРАВЕНСТВО ДЛЯ КВАЗИНОРМ РАЦИОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ ОТНОСИТЕЛЬНО ЛИНЕЙНОЙ И ПЛОСКОЙ МЕР

Пусть $\Pi = \{z : \operatorname{Im} z > 0\}$ — верхняя полуплоскость. Через $L_p(\mathbb{R})$ будем обозначать пространство Лебега комплексных измеримых на $\mathbb{R}$ функций f со стандартной квазинормой.Через $L_{p,\mu}(\Pi)$ обозначим пространство Лебега комплексных измеримых в Π относительно плоской меры m_2 функций f, для которых конечна квазинорма

$$\|f\|_{L_{p,\mu}(\Pi)} = \left(\int\limits_{\Pi} (\operatorname{Im} z)^{p\mu - 1} |f(z)|^p \, dm_2(z) \right)^{1/p}, \quad p > 0, \quad \mu > 0.$$

Через $\mathcal{R}_n$ обозначим множество рациональных функций r степени не выше n.

Автором совместно с А. А. Пекарским [1] получена следующая теорема.

Теорема 1. *Пусть p и μ положительные числа такие, что* $\dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{1}{p} + \mu \notin \mathbb{N}$. *Тогда для* $r \in \mathcal{R}_n \cap L_{p,\mu}(\Pi)$, $n \geq 1$, *выполняется неравенство*

$$\|r\|_{L_\lambda(\mathbb{R})} \leq c n^\mu \|r\|_{L_{p,\mu}(\Pi)}, \quad c = c(p, \mu) > 0.$$

Условие $\dfrac{1}{p} + \mu \notin \mathbb{N}$ в теореме 1 является существенным. Можно привести пример рациональной функции для которой теорема 1 не выполняется, когда $\dfrac{1}{p} + \mu \in \mathbb{N}$.

Полученное экстремальное неравенство позволило нам доказать точную обратную теорему рациональной аппроксимации в пространстве Бергмана [1]. Частный случай теоремы 1, $\mu = 1/p$, можно найти также в работе [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мардвилко Т. С., Пекарский А. А.* Прямая и обратная теоремы рациональной аппроксимации в пространстве Бергмана // Мат. сб. 2011. Т. 202, № 9. С. 77–96.

2. *Мардвилко Т. С.* Неравенство для квазинорм рациональной функции относительно линейной и плоской мер и его приложения // Весцi НАН Беларусi. Сер. фiз.-мат. навук. 2010. № 1. С. 41–48.

Е. А. Мещерякова (Саратов)
narelena@yandex.ru

УСЛОВИЯ ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОБ АСФЕРИЧНОСТИ ВЫПУКЛОГО КОМПАКТА[1]

Пусть D выпуклое тело из $\mathbb{R}^p$, $n(x)$ — некоторая норма на $\mathbb{R}^p$. Задачей об асферичности тела D называется задача о минимизации отношения радиуса описанного шара для этого тела к радиусу вписанного шара за счет выбора единого центра этих шаров, то есть

$$\varphi\,(x) \equiv \frac{R(x)}{\rho(x)} \longrightarrow \min_{x\in D}, \tag{1}$$

где

$$R(x) = \max_{y\in D} n(x-y), \quad \rho(x) = \min_{y\in\Omega} n(x-y), \quad \Omega = \overline{\mathbb{R}^p \backslash D}.$$

Известно ([1]), что функция $\varphi\,(x)$ является квазивыпуклой и субдифференцируемой в смысле В. Ф. Демьянова – А. М. Рубинова ([2]), но, в общем случае не является выпуклой. Как показывают примеры, решение задачи (1) может быть неединственным.

Теорема. *Если выполняется хотя бы одно из условий:*

1) D — строго выпуклое тело,

2) выпуклое тело D обладает центральной симметрией и при этом либо

а) $n(x)$ — строго квазивыпуклая норма, либо

б) размерность пространства $p = 2$,

то задача (1) *имеет единственное решение.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мещерякова Е. А.* О двух задачах по оценке выпуклого компакта шаром // Математика. Механика : сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2008. Вып. 10. С. 48–50.

2. *Демьянов В. Ф. Рубинов А. М.* Основы негладкого анализа и квазидифференциальное исчисление. М.: Наука, 1990.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (проект НШ-4383.2010.1).