А. Н. Малютина, М. А. Елизарова (Томск)
ndm@main.tusur.ru, elma@tpu.ru

КРИТЕРИИ НОРМАЛЬНОСТИ ДЛЯ ОТОБРАЖЕНИЙ С S-УСРЕДНЕННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ, ЗАДАННЫХ НА ШАРЕ $B^n \subset R^n$[1]

Теорема 1. *Произвольное отображение с s-усредненной характеристикой* [1], $f\colon B^n \to \overline{R^n}$, $n \geq 2$, *является нормальным* [2] *тогда и только тогда, когда для некоторого положительного числа* M *неравенство*

$$\sigma\left[f(w_1), f(w_2)\right] \leq M \cdot q(w_1, w_2)^{\alpha},$$

где $\alpha = K^{1/(1-n)}$, *выполняется для любых точек* w_1, w_2 *из* B^n.

Теорема 2. *Пусть* $f\colon B^n \to \overline{R^n}$ *— нормальное отображение с s-усредненной характеристикой, точка* $b \in S^{n-1}$, *число* $\varphi_0 \in (0, \pi/2)$, *множество* $E \subset V(b, \varphi_0, 1)$, $b \in \overline{E}$. *Если предел* $\lim\limits_{x \to b,\ x \in E} f(x) = 0$ *и* $\operatorname{cap} \underline{\operatorname{dens}}\,(E, b) > 0$, *то* f *имеет нулевой угловой предел в точке* b.

Теорема 3. *Пусть* $f\colon B^n \to \overline{R^n}$ *— произвольное нормальное отображение с s-усредненной характеристикой, обладающее свойством: для каждого числа* $r \in (0,1)$ *справедливо неравенство* $N\left(f, \overline{B^n}(r)\right) \leq c \cdot (1 - r)^{-s}$, $c \in (0, +\infty)$, $s \in [0, n-1)$. *Если для некоторого измеримого множества* $A \subset S^{n-1}$ *с* $\varpi(A) > 0$ *и некоторого семейства конусов* Δ_b, $b \in A$, *пересечение угловых предельных множеств* $\cap\, e\,(f, b, \Delta_b)$ *по всем* $b \in A$ *непусто, то* $f = \text{const}$.

Теорема 1 усиливает некоторые результаты, полученные О. Мартином и С. Рикманом в [3] и А. Симушевым в [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Малютина А. Н., Елизарова М.А.* Оценки искажения модулей для отображений с s-усредненной характеристикой // Вестн. ТГУ. Математика и механика. 2010. № 2(10). С. 5–15.

2. *Vuorinen Matti.* On the existence of angular limits of n-dimensional quasiconformal mappings // Ark. for matem. 1980. Vol. 18, № 2. P. 157–180.

3. *Martio O., Rickman S.* Boundary behavior of quasiregular mappings // Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. AI. Math. 1969. № 448. P. 1–40.

4. *Симушев А. А.* Теоремы единственности для пространственных нормальных квазимероморфных отображений // Докл. АН СССР. 1986. Т. 289, № 2. С. 305–309.

[1] Работа выполнена в рамках контракта П937 по ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.

3. *Малютина А.Н., Елизарова М.А.* О существовании углового предела для отображений с s-усредненной характеристикой, заданных на единичном шаре B^n // Деп. в ВИНИТИ 12.10.11, № 445В2011.

Т. С. Мардвилко (Минск)
mardvilko@mail.ru

ЭКСТРЕМАЛЬНОЕ НЕРАВЕНСТВО ДЛЯ КВАЗИНОРМ РАЦИОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ ОТНОСИТЕЛЬНО ЛИНЕЙНОЙ И ПЛОСКОЙ МЕР

Пусть $\Pi = \{z : \operatorname{Im} z > 0\}$ — верхняя полуплоскость. Через $L_p(\mathbb{R})$ будем обозначать пространство Лебега комплексных измеримых на $\mathbb{R}$ функций f со стандартной квазинормой.Через $L_{p,\mu}(\Pi)$ обозначим пространство Лебега комплексных измеримых в Π относительно плоской меры m_2 функций f, для которых конечна квазинорма

$$\|f\|_{L_{p,\mu}(\Pi)} = \left(\int\limits_{\Pi} (\operatorname{Im} z)^{p\mu - 1} |f(z)|^p \, dm_2(z) \right)^{1/p}, \quad p > 0, \quad \mu > 0.$$

Через $\mathcal{R}_n$ обозначим множество рациональных функций r степени не выше n.

Автором совместно с А. А. Пекарским [1] получена следующая теорема.

Теорема 1. *Пусть p и μ положительные числа такие, что* $\dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{1}{p} + \mu \notin \mathbb{N}$. *Тогда для* $r \in \mathcal{R}_n \cap L_{p,\mu}(\Pi)$, $n \geq 1$, *выполняется неравенство*

$$\|r\|_{L_\lambda(\mathbb{R})} \leq c n^{\mu} \|r\|_{L_{p,\mu}(\Pi)}, \quad c = c(p, \mu) > 0.$$

Условие $\dfrac{1}{p} + \mu \notin \mathbb{N}$ в теореме 1 является существенным. Можно привести пример рациональной функции для которой теорема 1 не выполняется, когда $\dfrac{1}{p} + \mu \in \mathbb{N}$.

Полученное экстремальное неравенство позволило нам доказать точную обратную теорему рациональной аппроксимации в пространстве Бергмана [1]. Частный случай теоремы 1, $\mu = 1/p$, можно найти также в работе [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мардвилко Т. С., Пекарский А. А.* Прямая и обратная теоремы рациональной аппроксимации в пространстве Бергмана // Мат. сб. 2011. Т. 202, № 9. С. 77–96.