

Т. В. Мазур (Саратов)
 Xtmpsrqzntwlf@gmail.com
 АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ
 ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ШТУРМА – ЛИУВИЛЛЯ
 НА ЗВЕЗДООБРАЗНОМ ГРАФЕ¹

Рассмотрим уравнение Штурма – Лиувилля на звездообразном графе Γ , заданном в [1]: $l_j y_j := -(y_j^{[1]})' - \sigma_j(x) y_j^{[1]} - \sigma_j^2(x) y_j = \lambda y_j$, $x \in [0, 1]$, $j = \overline{1, p}$, где $y_j^{[1]} := y_j' - \sigma_j y_j$, $y_j \in W_2^1[0, 1]$, $y_j^{[1]} \in W_1^1[0, 1]$, $l_j y_j \in L_2[0, 1]$, $\sigma_j \in L_2[0, 1]$.

Определим вектор Вейля $M(\lambda)$ аналогично [1] и рассмотрим следующую обратную задачу: по заданному вектору Вейля M определить потенциал σ . Выберем и зафиксируем модельный оператор с потенциалом $\tilde{\sigma}$. Определим S как отображение, ставящее некоторому потенциалу σ^* в соответствие потенциал $\tilde{\sigma}^*$: по заданному σ^* построим для каждого λ решения $\varphi_j(x, \lambda)$ задачи Коши из [1]; подставляя их в соотношения из [1], получим новый потенциал $\tilde{\sigma}^*$.

Теорема. Потенциал σ , являющийся решением обратной задачи для данного M , является неподвижной точкой отображения S .

Метод доказательства даёт конструктивный алгоритм решения обратной задачи Штурма – Лиувилля на звездообразном графе, использующий соотношения метода спектральных отображений и требующий относительно небольшого количества операций. В качестве приближённого решения принимается неподвижная точка отображения S_N , определяемого соотношениями, аналогичными соотношениям S : $\sigma_k(x) = -m_k(x) - \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} (\varphi_k(x, \lambda) - \tilde{\varphi}_k(x, \lambda)) \tilde{\varphi}_k(x, \lambda) \hat{M}_k(\lambda) d\lambda$, $m_k(x) = \frac{1}{\pi i} \int_{\gamma_N} \rho \hat{M}_k(\rho^2) \cos 2\rho x d\rho$, где $\gamma_N = \gamma_N(\tau) := (-N + i\tau, N + i\tau)$, Γ – контур в λ -плоскости, являющийся отображением γ_N при $\lambda = \rho^2$. Неподвижная точка ищется с помощью модификации метода последовательных приближений, предложенной в [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Freiling G., Ignatiev M., Yurko V. An inverse spectral problem for Sturm – Liouville operators with singular potentials on star-type graphs // Proceedings of Symposia in Pure Mathematics. Amer. Math. Soc., Providence, 2008. Vol. 77. P. 397–408.
2. Ignatiev M., Yurko V. Numerical Methods for Solving Inverse Sturm – Liouville Problems // Results in Math. 2008. Vol. 52, № 1–2. P. 63–74.

¹Работа выполнена при поддержке РФФИ и Национального научного совета Тайваня (проекты 10-01-00099 и 10-01-92001-ННС).