З. М. Магомедова (Махачкала)
alimn@mail.ru

О ПОЛИНОМАХ $\hat{l}_n(x)$, ОРТОГОНАЛЬНЫХ НА ПРОИЗВОЛЬНЫХ СЕТКАХ [1]

Пусть $T = \{t_j\}_{j=0}^{\infty}$ — сетка, состоящая из бесконечного числа различных точек полуоси $[0, \infty) : 0 = t_0 < t_1 < \ldots$ Обозначим $\Delta t_j = t_{j+1} - t_j$, $j = 0, 1, \ldots$, причем предполагается, что $\sup\limits_{0 \le j < \infty} \Delta t_j < \infty$, $\sup\limits_{0 \le j < \infty} t_j = +\infty$, $\delta = \sup\limits_{0 \le j \le \infty} \Delta x_j$. Рассмотрим еще одну сетку $X = \{x_j\}_{j=0}^{\infty}$, состоящую из бесконечного множества точек x_j, где $x_j = (t_j + t_{j+1})/2$, $j = 0, 1, \ldots$ Далее, через

$$\hat{l}_k(x) = \hat{l}_k(x, T) \quad (k = 0, 1, \ldots)$$

обозначим последовательность многочленов, образующих ортонормированную систему на сетке X в следующем смысле $(n,\, m = 0, 1, \ldots)$:

$$(\hat{l}_n, \hat{l}_m) = \sum_{j=0}^{\infty} e^{-x_j} \hat{l}_n(x_j) \hat{l}_m(x_j) \Delta t_j = \delta_{nm}.$$

В настоящей работе, по аналогии с работами профессора И. И. Шарапудинова [1], исследуются асимптотические свойства многочлена $\hat{l}_n(x)$ при n, $N \longrightarrow \infty$, где $N = 1/\delta$. А именно, установлена асимптотическая формула, в которой при возрастании n вместе с N асимптотическое поведение этих многочленов близко к асимптотическому поведению многочленов Лагерра $\hat{L}_n(x)$ [2].

Далее нам также удалось показать, что для функции

$$\Lambda_n(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \left| \sum_{k=0}^{n} \hat{l}_k(x) \hat{l}_k(t_j) \right| e^{-x_j} \Delta t_j$$

при $n = O(\delta^{-2/3})$ относительно $x \in [0, \infty)$ справедливы следующие теоремы.

Теорема 1. *Если* $0 \le x \le 3/s$, *то справедлива оценка*

$$\Lambda_n(x) \le C s^{3/2}.$$

Теорема 2. *Если* $3/s \le x \le s/2$, *то справедлива оценка*

$$\Lambda_n(x) \le C s^{3/2} x^{-1/2} \ln s.$$

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 07-01-00143а)

Теорема 3. *Если $s/2 \le x \le 3s/2$, то справедлива оценка*

$$\Lambda_n(x) \le C s^{17/12}(s^{1/3} + |x-s|)^{-1/4} \ln s.$$

Теорема 4. *При $x \ge 3s/2$ справедлива оценка*

$$\Lambda_n(x) \le C s^{3/2} e^{-3s/4}.$$

В заключении хочу выразить благодарность моему научному руководителю И. И. Шарапудинову и М. Ш. Джамалову за поставленную задачу, а также за ряд полезных замечаний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шарапудинов И. И.* Смешанные ряды по ортогональным полиномам. Махачкала: ДНЦ, 2004. 276 с.

2. *Сеге Г.* Ортогональные многочлены. М.: Физматгиз, 1962. 500 с.

З. М. Магомедова (Махачкала)
alimn@mail.ru

ОБ АСИМПТОТИКЕ МНОГОЧЛЕНОВ $\hat{l}_n^\alpha(x)$, ОРТОГОНАЛЬНЫХ НА ПРОИЗВОЛЬНЫХ СЕТКАХ [1]

Пусть $X = \{x_j\}_{j=0}^{\infty}$ — сетка, состоящая из бесконечного числа различных точек полуоси $[0, \infty) : 0 = x_0 < x_1 < \ldots$. Обозначим $\Delta x_j = x_{j+1} - x_j$, $j = 0, 1, \ldots$, причем предполагается, что $\sup\limits_{0 \le j < \infty} \Delta x_j < \infty$, $\sup\limits_{0 \le j < \infty} x_j = +\infty$, $\delta = \sup\limits_{0 \le j \le \infty} \Delta x_j$. Через

$$\hat{l}_k^\alpha(x) = \hat{l}_k^\alpha(x; X) \quad (k = 0, 1, \ldots)$$

обозначим последовательность многочленов, образующих ортонормированную систему на сетке X в следующем смысле (n, $m = 0, 1, \ldots$):

$$(\hat{l}_n^\alpha, \hat{l}_m^\alpha) = \frac{1}{\alpha+1} \sum_{j=0}^{\infty} e^{-x_j}(x_{j+1}^{\alpha+1} - x_j^{\alpha+1}) \hat{l}_n^\alpha(x_j) \hat{l}_m^\alpha(x_j) = \delta_{nm} \quad (-1 < \alpha \le 0),$$

$$(\hat{l}_n^\alpha, \hat{l}_m^\alpha) = \frac{1}{\alpha+1} \sum_{j=0}^{\infty} e^{-x_{j+1}}(x_{j+1}^{\alpha+1} - x_j^{\alpha+1}) \hat{l}_n^\alpha(x_{j+1}) \hat{l}_m^\alpha(x_{j+1}) = \delta_{nm} \quad (\alpha > 0).$$

В настоящей работе, по аналогии с работами профессора И. И. Шарапудинова [1], исследуются асимптотические свойства многочлена $\hat{l}_n(x)$

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 07-01-00143а)