М. Г. Магомед-Касумов (Махачкала)
rasuldev@gmail.com

СХОДИМОСТЬ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ СУММ ФУРЬЕ – ХААРА В ПРОСТРАНСТВАХ ЛЕБЕГА $L^{p(x,y)}$[1]

Через $L^{p(t)}_{\mu}(E)$ [1] обозначим множество μ-измеримых функций $f(t)$, определенных на E и таких, что $\int\limits_E |f(t)|^{p(t)}\mu(dt) < \infty$:

$$L^{p(t)}_{\mu}(E) = \{f(t) : \int\limits_E |f(t)|^{p(t)}\mu(dt) < \infty\}.$$

В [2] было доказано, что система Хаара является базисом пространства $L^{p(t)}(0,1)$ тогда и только тогда, когда показатель $p(t)$, $t \in [0,1]$ удовлетворяет условию Дини – Липшица. Целью данной работы является обобщение этого результата на двумерный случай.

Пусть функция $p(x,y)$ определена и непрерывна на множестве $E = [0,1]^2$. Говорят, что она удовлетворяет на E условию Дини – Липшица порядка $\alpha \geq 0$, если $\omega(p,E,\delta)\left(\ln\frac{1}{\delta}\right)^{\alpha} \leq c \quad (0 < \delta \leq 1)$, где $c = c(E,p,\alpha)$, $\omega(p,E,\delta) = \sup\{|p(A) - p(B)| : A, B \in E, \rho(A,B) \leq \delta\}$.

Двумерные функции Хаара определяются через попарные произведения одномерных: $\chi_{sq}(x,y) = \chi_s(x)\chi_q(y)$, $(x,y) \in [0,1]^2$.

Пусть $f(x,y) \in L^{p(x,y)}([0,1]^2)$. Требуется исследовать сходимость частичных сумм Фурье – Хаара

$$S_{NM}(f,x,y) = \sum_{s=1}^{N}\sum_{q=1}^{M} c_{sq}\chi_s(x)\chi_q(y), \tag{1}$$

где $c_{sq} = \iint\limits_{[0,1]^2} f(x,y)\chi_s(x)\chi_q(y)dxdy$.

Теорема. *Прямоугольные частичные суммы (1) сходятся в пространстве $L^{p(x,y)}([0,1]^2)$ к функции $f(x,y)$ при $N, M \to \infty$ в том случае, когда показатель $p(x,y)$ удовлетворяет условию Дини – Липшица порядка $\alpha \geq 1$.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шарапудинов И. И.* О топологии пространства $L^{p(x)}([0,1])$ // Мат. заметки. 1979. Т. 26, вып. 4. С. 613–632.

2. *Шарапудинов И. И.* О базисности системы Хаара в пространстве $L^{p(x)}([0,1])$ и принципе локализации в среднем // Мат. сб. 1986. Т. 130(172), № 2(6). С. 275–283.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00191-а).