С. М. Лыткин (Москва)
sergeml@rambler.ru

РАЗЛОЖЕНИЕ ПО СИСТЕМЕ СДВИГОВ ПИРАМИДАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ С КВАДРАТНЫМ ОСНОВАНИЕМ[1]

Пусть $\square = \{(x,y)\colon\ \max\{|x|,|y|\} \leqslant 1\}$, $\Diamond = \{(x,y)\colon |x|+|y| \leqslant 1\}$. Через $\Phi_\square$ и $\Phi_\Diamond$ обозначим непрерывные кусочно-линейные функции с носителями, сосредоточенными на квадратах $\square$ и $\Diamond$ соответственно; графиками этих функций являются правильные пирамиды с основаниями $\square$ и $\Diamond$.

Сожмём функции $\Phi_\square$ и $\Phi_\Diamond$ в N раз по каждой координате и определим на $\mathbb{R}^2$ следующую систему, состоящую из сдвигов этих сжатых функций:

$$\Phi_{ij}(x,y) = \begin{cases} \Phi_\square(Nx-i, Ny-j), & \text{если } i+j \text{ чётно,} \\ \Phi_\Diamond(Nx-i, Ny-j)), & \text{если } i+j \text{ нечётно.} \end{cases}$$

Пространство кусочно-плоскостных функций, являющееся линейной оболочкой этой системы, обозначим через $\mathcal{S}_N$.

Пусть $H_{ij} = \operatorname{supp}\Phi_{ij}$ и $|H_{ij}|$ — площадь многоугольника H_{ij}, $i,j \in \mathbb{Z}$. Линейный оператор $T\colon L_1^{loc}(\mathbb{R}^2) \to \mathcal{S}_N$ определим как

$$Tf(x,y) = \sum_{i,j\in\mathbb{Z}} c_{ij}\Phi_{ij}(x,y), \text{ где}$$

$$c_{ij} = \frac{1}{|H_{ij}|}\iint\limits_{H_{ij}} f(x,y)(12\Phi_{ij}(x,y)-3)\,dx\,dy, \quad i,j\in\mathbb{Z}.$$

Теорема 1. *Для всех $f \in \mathcal{S}_N$ выполняется равенство $Tf = f$.*

Теорема 2. *Если $f \in L_p(\mathbb{R}^2)$, $1 \leqslant p \leqslant \infty$, то $\|Tf\|_p \leqslant C_p\|f\|_p$. Величина C_p монотонно убывает от $C_1 = 9$ до $C_\infty = \frac{19}{8}$.*

Приведённые результаты аналогичны тем, что были получены в работе [1] для пирамид с шестиугольным основанием.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лукашенко Т. П., Лыткин С. М. Разложение по системе сдвигов пирамидальных функций // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Мат. Мех. 2009. № 4. С. 22–28.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке программы ведущих научных школ НШ-3252.2010.1.