2. *Lukashov A. L., Peherstorfer F.* Zeros of polynomials orthogonal on two arcs of the unit circle // J. Approx. Theory. 2005. Vol. 13. P. 42–71.

С. Ф. Лукомский (Саратов)
lukomskiisf@info.sgu.ru

ВСПЛЕСКОВЫЕ БАЗИСЫ РИССА НА ЛОКАЛЬНО КОМПАКТНЫХ НУЛЬМЕРНЫХ ГРУППАХ[1]

Пусть $(G, \dot{+})$ локально компактная нульмерная группа с основной цепочкой подгрупп $(G_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ такой, что $\sharp(G_n/G_{n+1}) = p$, и p — простое число. Пусть $(g_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ — базисная последовательность в G, т. е. $g_n \in G_n \backslash G_{n+1}$. Через X обозначим группу всех характеров группы G, $(G_n^\perp)_{n\in\mathbb{Z}}$ — совокупность аннуляторов, $r_n \in G_{n+1}^\perp \setminus G_n^\perp$ — функции Радемахера. Кратномасштабным анализом Рисса на $L_2(G)$ будем называть совокупность замкнутых подпространств V_n $n \in \mathbb{Z}$ таких, что 1) $V_n \subset V_{n+1}$; 2) $\bigcap\limits_{n\in\mathbb{Z}} V_n = \{0\}$; 3) $\overline{\bigcup\limits_{n\in\mathbb{Z}}} V_n = L_2(G)$; 4) $f(x) \in V_n \Leftrightarrow f(Ax) \in V_{n+1}$; 5) $f(x) \in V_0 \Rightarrow f(x \dot{-} h) \in V_0$ при всех $h \in H_0$; 6) существует функция $\varphi \in L_2(G)$ такая, что сдвиги $(\varphi(x \dot{-} h))_{h\in H_0}$ образуют базис Рисса в V_0.

Здесь $H_0 = \{x \in G : \ x = a_{-1}g_{-1} \dot{+} a_{-2}g_{-2} \dot{+} \ldots \dot{+} a_{-N}g_{-N}, N \in \mathbb{N}\}$, A — оператор сдвига, определенный равенством $Ax = \sum a_n g_{n-1}$, если $x = \sum a_n g_n$.

Теорема 1. *Пусть $\varphi \in L_2(G)$ есть решение масштабирующего уравнения*

$$\varphi(x) = \sum_{h\in H_0} \beta_h \varphi(Ax \dot{-} h) \quad \left(\sum_{h\in H_0} |\beta_h|^2 < +\infty\right)$$

и при некоторых A, $B > 0$ выполнено неравенство $A \cdot \mathbf{1}_{G_0^\perp}(\chi) \le |\hat{\varphi}(\chi)|^2 \le B \cdot \mathbf{1}_{G_0^\perp}(\chi)$. Тогда функция φ порождает КМА Рисса.

Теорема 2. *Пусть $\varphi \in L_2(G)$ удовлетворяет условиям теоремы* 1. *Определим функции $\psi_l(x)$ равенствами*

$$\psi_l(x) = \sum_{h\in H_0} \beta_h (r_0^l, A^{-1}h) \varphi(Ax \dot{-} h) \quad (l = \overline{0, p-1}).$$

Тогда $L_2(G) = \oplus W_{np+l}$ $(n \in \mathbb{Z}, l = \overline{0, p-1})$, где $W_{np+l} = \overline{\psi_l(A^n x \dot{-} h)}_{h\in H_0}$ и система $\psi_l(A^n x \dot{-} h)_{h\in H_0}$ образуют базис Рисса в W_{np+l}.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лукомский С. Ф.* Кратномасштабный анализ на нульмерных группах и всплесковые базисы // Мат. сб. 2010. Т. 201(5). С. 41–64.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00097-а).