

Н. Ю. Антонов (Екатеринбург)
 Nikolai.Antonov@imm.uran.ru
**ОБ ОЦЕНКАХ СКОРОСТИ РОСТА
 ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ КРАТНЫХ
 ПРЯМОУГОЛЬНЫХ СУММ ФУРЬЕ**¹

Пусть $d \in \mathbb{N}$, $\mathbf{n} = (n^1, n^2, \dots, n^d) \in \mathbb{Z}_+^d$. Обозначим через $S_{\mathbf{n}}(f, \mathbf{x})$ значение \mathbf{n} -й прямоугольной частичной суммы кратного тригонометрического ряда Фурье функции f . В случае $d = 1$ К. И. Осколков [1] доказал, что для любой функции $f \in L_{[0, 2\pi)}$ и произвольной последовательности натуральных чисел $\{n_k\}_{k=1}^\infty$ подпоследовательность сумм Фурье $S_{n_k}(f, x)$ почти всюду ведет себя как $o(\ln k)$.

Пусть $\{\mathbf{n}_k\}_{k=1}^\infty$ — некоторая последовательность d -мерных векторов с неотрицательными целочисленными координатами. Рассматривается задача о том, при каких условиях на класс Орлича $\varphi(L)_{[0, 2\pi)^d}$ для функций из этого класса возможны (многомерные) аналоги оценки Осколкова, то есть оценки вида

$$S_{\mathbf{n}_k}(f, \mathbf{x}) = o(\lambda_k) \quad \text{п.в.}$$

где правая часть зависит лишь от k и не зависит от порядка роста координат вектора \mathbf{n}_k . Получено [2] следующее утверждение.

Теорема. Пусть последовательность $\{\mathbf{n}_k\}_{k=1}^\infty \subset \mathbb{Z}_+^d$ удовлетворяет условию $\min_{1 \leq j \leq d} n_k^j \rightarrow \infty$ при $k \rightarrow \infty$, $\{\lambda_l\}_{l=1}^\infty$ — произвольная неубывающая последовательность положительных чисел, функция $\varphi: [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$ такая, что $\varphi(0) = 0$, $\varphi(u)$ возрастающая и выпуклая, а $\varphi(u^{1/2})$ вогнутая. Предположим, что существует функция $g \in \varphi(L)_{[0, 2\pi)^d}$, у которой последовательность $S_{\mathbf{n}_k}(g, \mathbf{x})$ не сходится по мере. Тогда найдутся подпоследовательность $\{\mathbf{n}_{k_l}\}_{l=1}^\infty$ и функция $f \in \varphi(L)_{[0, 2\pi)^d}$ такие, что

$$\sup_{l \in \mathbb{N}} \frac{|S_{\mathbf{n}_{k_l}}(f, \mathbf{x})|}{\lambda_l} = +\infty \quad \text{п.в.}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Осколков К. И. Подпоследовательности сумм Фурье интегрируемых функций // Труды МИАН. 1985. Т. 167. С. 239–260.
2. Антонов Н. Ю. Замечание об оценках порядка роста последовательностей кратных прямоугольных сумм Фурье // Труды ИММ УрО РАН. 2011. Т. 17, № 3. С. 55–59.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-01-00347) и УрО РАН (проект 09-Т-1-1004) в рамках программы ОМН РАН.