То же верно для системы неортогональных функций $\lambda_1 = \varphi_1$, при $k > 1$ $\lambda_{2k-2} = \varphi_k \chi_{[a,v_k)}$, $\lambda_{2k-1} = -\varphi_k \chi_{(v_k,b]}$, где χ — характеристическая функция, v_k — регулярная точка разрыва обеих функций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лукашенко Т. П.* О свойствах орторекурсивных разложений по неортогональным системам // Вестник Моск. Ун-та. Сер. I. Матем. Механ. 2001. № 1. С. 6–10.

2. *Лукашенко Т. П., Садовничий В. А.* О рекурсивных разложениях по цепочке систем // Докл. АН. 2009. Т. 425, № 6. С. 1–6.

А. Л. Лукашов (Саратов, Стамбул),
С. В. Тышкевич (Саратов)
alukashov@fatih.edu.tr, s_tyshkevich@yahoo.com

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ, НАИМЕНЕЕ УКЛОНЯЮЩИХСЯ ОТ НУЛЯ НА ОТРЕЗКЕ[1]

Пусть $\mathcal{R}_N^{(A,B,\mathcal{A})}$ — класс рациональных тригонометрических функций вида

$$r_N(\varphi) = \\ = \frac{A\cos\frac{N}{2}\varphi + B\sin\frac{N}{2}\varphi + a_1\cos\left(\frac{N}{2}-1\right)\varphi + \ldots + b_{\left[\frac{N}{2}\right]}\sin\left(\frac{N}{2}-\left[\frac{N}{2}\right]\right)\varphi}{\sqrt{\mathcal{A}(\varphi)}},$$

где $N \in \mathbb{N}$, A, $B \in \mathbb{R}$, $A^2+B^2 \neq 0$, — фиксированные числа; $a_1, \ldots, b_{\left[\frac{N}{2}\right]} \in \mathbb{R}$, $\mathcal{A}(\varphi)$ — фиксированный тригонометрический полином порядка $a \leq N$ с действительными нулями, положительный на отрезке $\mathcal{E} = [\alpha_1, \alpha_2]$, $0 < \alpha_2 - \alpha_1 < 2\pi$.

В зависимости от α_1 и α_2 минимум в задаче

$$\max_{\varphi\in\mathcal{E}} |r_N^*(\varphi)| = \min_{r_N\in\mathcal{R}_N^{(A,B,\mathcal{A})}} \max_{\varphi\in\mathcal{E}} |r_N(\varphi)|$$

достигается либо рациональной тригонометрической функцией вида [1, theorem 2], либо «эллиптической» функцией [2, corollary 4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lukashov A. L.* Exact Solutions of Some Extremal Problems of Approximations Theory // Approximations Theory XIII: San Antonio 2010 (eds. M. Neamtu and L. Schumaker), Springer Proceedings in Mathematics 13, DOI 10.1007/978-1-4614-0772-0_13.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (проект НШ-4383.2010.1).

2. *Lukashov A. L., Peherstorfer F.* Zeros of polynomials orthogonal on two arcs of the unit circle // J. Approx. Theory. 2005. Vol. 13. P. 42–71.

С. Ф. Лукомский (Саратов)
lukomskiisf@info.sgu.ru

ВСПЛЕСКОВЫЕ БАЗИСЫ РИССА НА ЛОКАЛЬНО КОМПАКТНЫХ НУЛЬМЕРНЫХ ГРУППАХ[1]

Пусть $(G, \dot{+})$ локально компактная нульмерная группа с основной цепочкой подгрупп $(G_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ такой, что $\sharp(G_n/G_{n+1}) = p$, и p — простое число. Пусть $(g_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ — базисная последовательность в G, т. е. $g_n \in G_n \backslash G_{n+1}$. Через X обозначим группу всех характеров группы G, $(G_n^\perp)_{n\in\mathbb{Z}}$ — совокупность аннуляторов, $r_n \in G_{n+1}^\perp \setminus G_n^\perp$ — функции Радемахера. Кратномасштабным анализом Рисса на $L_2(G)$ будем называть совокупность замкнутых подпространств V_n $n \in \mathbb{Z}$ таких, что 1) $V_n \subset V_{n+1}$; 2) $\bigcap\limits_{n\in\mathbb{Z}} V_n = \{0\}$; 3) $\overline{\bigcup\limits_{n\in\mathbb{Z}}} V_n = L_2(G)$; 4) $f(x) \in V_n \Leftrightarrow f(Ax) \in V_{n+1}$; 5) $f(x) \in V_0 \Rightarrow f(x \dot{-} h) \in V_0$ при всех $h \in H_0$; 6) существует функция $\varphi \in L_2(G)$ такая, что сдвиги $(\varphi(x\dot{-}h))_{h\in H_0}$ образуют базис Рисса в V_0.

Здесь $H_0 = \{x \in G : \ x = a_{-1}g_{-1} \dot{+} a_{-2}g_{-2} \dot{+} \ldots \dot{+} a_{-N}g_{-N}, N \in \mathbb{N}\}$, A — оператор сдвига, определенный равенством $Ax = \sum a_n g_{n-1}$, если $x = \sum a_n g_n$.

Теорема 1. *Пусть $\varphi \in L_2(G)$ есть решение масштабирующего уравнения*

$$\varphi(x) = \sum_{h\in H_0} \beta_h \varphi(Ax \dot{-} h) \quad \left(\sum_{h\in H_0} |\beta_h|^2 < +\infty \right)$$

и при некоторых A, $B > 0$ выполнено неравенство $A \cdot \mathbf{1}_{G_0^\perp}(\chi) \le |\hat{\varphi}(\chi)|^2 \le B \cdot \mathbf{1}_{G_0^\perp}(\chi)$. Тогда функция φ порождает КМА Рисса.

Теорема 2. *Пусть $\varphi \in L_2(G)$ удовлетворяет условиям теоремы* 1. *Определим функции $\psi_l(x)$ равенствами*

$$\psi_l(x) = \sum_{h\in H_0} \beta_h (r_0^l, A^{-1}h) \varphi(Ax \dot{-} h) \quad (l = \overline{0, p-1}).$$

Тогда $L_2(G) = \oplus W_{np+l}$ $(n \in \mathbb{Z}, l = \overline{0, p-1})$, где $W_{np+l} = \overline{\psi_l(A^n x \dot{-} h)}_{h\in H_0}$ и система $\psi_l(A^n x \dot{-} h)_{h\in H_0}$ образуют базис Рисса в W_{np+l}.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лукомский С. Ф.* Кратномасштабный анализ на нульмерных группах и всплесковые базисы // Мат. сб. 2010. Т. 201(5). С. 41–64.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00097-а).