

что позволит в явном виде найти вектор-функции

$$\mu(t) = u(0, t), \quad \nu(t) = u(l, t), \quad 0 \leq t \leq T,$$

определяющие граничные управления.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ильин В. А., Моисеев Е. И. О граничном управлении на одном конце процессом, описываемым телеграфным уравнением // Докл. АН. 2002. Т. 387, № 5. С. 600–603.

2. Андреев А. А., Лексина С. В. Задача граничного управления в условиях первой краевой задачи для системы гиперболического типа второго порядка // Дифференциальные уравнения. 2011. Т. 47, № 6. С. 843–849.

**А. Г. Лосев, Е. А. Мазепа (Волгоград)**

**alexander.losev@volsu.ru, lmazepa@rambler.ru**

### **ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ НЕРАВЕНСТВ НА МОДЕЛЬНЫХ МНОГООБРАЗИЯХ**

В работе изучается поведение целых решений неравенств

$$Lu \equiv \operatorname{div}(A(|\nabla u|)\nabla u) \geq c(x)f(u) \quad (1)$$

на модельных римановых многообразиях  $M$ .

Фиксируем начало координат  $O \in \mathbb{R}^n$  и некоторую гладкую функцию  $q(r)$  на  $[0, +\infty)$  такую, что  $q(0) = 0$  и  $q'(0) = 1$ . Определим модельное риманово многообразие  $M$  следующим образом:

- 1) множество точек  $M$  является  $\mathbb{R}^n$ ;
- 2) в полярных координатах  $(r, \theta)$  риманова метрика определяется как

$$ds^2 = dr^2 + q^2(r)d\theta^2.$$

Будем считать, что функция  $A$  удовлетворяет условиям:  $A(p) > 0$ ,  $(pA(p))' > 0$  при  $p > 0$ ,  $c(x) \equiv c(r)$  — положительная на  $[0, +\infty)$  функция, а функция  $f \not\equiv 0$  такова, что  $f(u) \geq 0$  при  $u \geq 0$  и  $f(0) = 0$ . Кроме того, будем предполагать, что существует неубывающая функция  $g \in C(0, \infty)$  такая, что при  $u > 0$  выполнено

$$0 < g(u) \leq f(u).$$

Введем обозначение

$$I(r) = \frac{1}{q^{n-1}(r)} \int_0^r c(r)q^{n-1}(s) ds.$$

**Теорема 1.** Пусть  $\lim_{p \rightarrow \infty} pA(p) < \infty$  и  $\limsup_{p \rightarrow \infty} I(p) = \infty$ . Тогда на  $M$  не существует целых положительных решений неравенства (1).

Кроме того, в работе найдены условия отсутствия целых положительных решений в случае  $\lim_{p \rightarrow \infty} pA(p) = \infty$ .

Также найдены достаточные условия существования нетривиальных целых положительных решений неравенства (1) и мощность их множества.

**Т. П. Лукашенко (Москва)**

**lukashenko@mail.ru**

## **РЕКУРСИВНЫЕ РЯДЫ ФУРЬЕ – СТИЛТЬЕСА<sup>1</sup>**

В [1, 2] были введены орторекурсивные разложения в гильбертовых пространствах и в некоторых функциональных пространствах. Рассмотрим рекурсивные разложения Фурье – Стилтъеса на отрезках.

**Определение.** Пусть функция  $F$  непрерывна на  $[a, b]$ , а  $\varphi_k$  — последовательность функций ограниченной вариации на  $[a, b]$ ,  $\Phi_k$  — их первообразные,  $\Phi_k(a) = 0$ . Определим *рекурсивное разложение Фурье – Стилтъеса* функции  $F$  по последовательности функций  $\varphi_k$ : 1)  $r_0 = F$ ; 2) если для натурального  $k$  задан остаток приближения — непрерывная на  $[a, b]$  функция  $r_{k-1}$ , то  $\widehat{dF}_k = (R - S) \int_I \varphi_k dr_{k-1}$  и  $r_k = r_{k-1} - \widehat{dF}_k \Phi_k$ .

Ряд  $S(dF) = \sum_k \widehat{dF}_k \varphi_k$  — *рекурсивный ряд Фурье – Стилтъеса* (RFS-ряд)  $F$ , а  $S(F) = \sum_k \widehat{dF}_k \Phi_k$  — *рекурсивный интегрированный ряд Фурье – Стилтъеса* (RIFS-ряд)  $F$ .

Пусть  $\{v_k\}_{k=0}^{\infty}$  — последовательность различных точек отрезка  $[a, b]$ , причем  $v_0 = a$ ,  $v_1 = b$ . Определим ортогональную систему функций  $\varphi_k$  на  $[a, b]$ :  $\varphi_1 \equiv \frac{1}{b-a}$ ; при  $k > 1$  пусть  $a_k = \max\{v_j : v_j < v_k, j < k\}$ ,  $b_k = \min\{v_j : v_j > v_k, j < k\}$ ,  $\varphi_k(x)$  равна 0 при  $x \notin [a_k, b_k]$ ,  $\frac{1}{v_k - a_k}$  при  $x \in (a_k, v_k)$ ,  $-\frac{1}{b_k - v_k}$  при  $x \in (v_k, b_k)$ ,  $\varphi_k(a) = \varphi_k(a + 0)$ ,  $\varphi_k(b) = \varphi_k(b - 0)$ , все точки разрыва  $\varphi_k$  регулярны.

**Теорема.** Если  $\{v_k\}_{k=0}^{\infty}$  всюду плотна на  $[a, b]$ , то 1) если  $F(x)$  непрерывна на  $[a, b]$ , то RIFS-ряд  $F$  равномерно сходится к  $F(x) - F(a)$  на  $[a, b]$ ; 2) если  $F(x)$  непрерывно дифференцируема на  $[a, b]$ , то RFS-ряд  $F$  равномерно сходится к  $F'(x)$  на  $[a, b]$ ; 3) если  $F(x)$  абсолютно непрерывна на  $[a, b]$  и  $F'(x) \in L^p[a, b]$ ,  $1 \leq p < \infty$ , то RFS-ряд  $F$  сходится к  $F'(x)$  в пространстве  $L^p[a, b]$ .

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-01-00321).