

Размер «пробелов» (лакун) в последовательности  $\{n(k)\}$  регулируется показателем  $\alpha$  («густота» последовательности растёт вместе с  $\alpha$ ), причём «критическим» является рубеж  $\alpha = 0,5$  (аналогичный результат справедлив и для другого вероятностного закона — ЦПТ, рассмотренного по отношению к подсистеме  $\{\varphi_{n(k)}(x)\}$  — см. об этом [2, 3]). А именно: равенство (1) начинает «пропадать», если строить  $\{n(k)\}$ , не подчинённую (2) — взяв показатель  $\alpha \geq 0,5$ .

В то же время ЗПЛ может выполняться и для достаточно «густых» последовательностей  $\{n(k)\}$ .

Справедливо следующее утверждение: существуют последовательности  $\{n(k)\}$  такие, что величина  $n(k+1)/n(k) - 1$  при  $k \rightarrow \infty$  убывает быстрее, чем  $k^{-\gamma}$  для любого (наперёд заданного) показателя  $\gamma > 0$ , и при этом для подсистемы  $\{\varphi_{n(k)}(x)\}$  равенство (1) выполняется.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Takahasi S.* A statistical property of the Walsh functions // Stud. Sci. Math. Hung. 1975. Vol. 10. P. 93–98.
2. *Foldes A.* Further Statistical properties of the Walsh functions // Stud. Sci. Math. Hung. 1972. Vol. 7. P. 147–153.
3. *Левизов С.В.* О ЦПТ для системы Уолша // Мат. заметки. 1984. Т. 36(3). С. 435–445.

**Е. А. Лебедева (Санкт-Петербург)**

ealebedeva2004@gmail.com

### ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ФРЕЙМЫ ВСПЛЕСКОВ С ОПТИМАЛЬНОЙ ЛОКАЛИЗАЦИЕЙ<sup>1</sup>

В сообщении построено семейство жестких фреймов всплесков с единичной границей для пространства  $L_2(0, 1)$ . Семейство оптимально локализовано в смысле константы неопределенности Брейтенбергера по параметру семейства и почти оптимально локализовано по параметру всплеска.

**Теорема.** Пусть последовательность  $2^j$ -периодична по  $k$

$$\nu_k^{j,a} := \begin{cases} e^{-\frac{k^2+a^2}{(j-1)(j-2)a}}, & k = -2^{j-2} + 1, \dots, 2^{j-2}, \\ \sqrt{1 - e^{-\frac{2((k-2^{j-1})^2+a^2)}{(j-1)(j-2)a}}}, & k = 2^{j-2} + 1, \dots, 3 \times 2^{j-2}, \end{cases}$$

определим  $\widehat{\xi}_j^a(k) := \prod_{r=j+1}^{\infty} \nu_k^{r,a}$ . Тогда

$$\widehat{\varphi}_j^a(k) := 2^{-j/2} \widehat{\xi}_j^a(k), \quad \mu_k^{j,a} := \sqrt{2} \nu_k^{j,a},$$

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 09-01-00162) и гранта президента РФ МК-7413.2010.1.

$$\lambda_k^{j,a} := e^{2\pi i 2^{-j} k} \mu_{k+2^{j-1}}^{j,a}, \quad \widehat{\psi}_j^a(k) := \lambda_k^{j+1,a} \widehat{\varphi}_j^a(k);$$

семейство  $\Psi_a := \{\mathbf{1}, \psi_{j,k}^a : j = 0, 1, \dots, k = 0, \dots, 2^j - 1\}$ , образует нормализованный жесткий фрейм для  $L_2(0, 1)$ . Далее,

$$\begin{aligned} \lim_{j \rightarrow \infty} \sup_{a > 1} UC(\varphi_j^a) &= \frac{1}{2}, & \lim_{a \rightarrow \infty} \sup_{j \in \mathbb{N}} UC(\varphi_j^a) &= \frac{1}{2}. \\ \lim_{j \rightarrow \infty} UC(\psi_j^a) &= \frac{3}{2}, & \lim_{a \rightarrow \infty} UC(\psi_j^a) &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

При работе с периодическими всплесками мы пользуемся определениями, данными в [2, 3].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Breitenberger E. Uncertainty measures and uncertainty relations for angle observables // Found. Phys. 1985. Vol. 15. P. 353–364.
2. Skopina M. A. Multiresolution analysis of periodic functions // EJA. 1997. Vol. 3, № 2. P. 203–224.
3. Koh Y. W., Lee S. L., Tan H. H. Periodic Orthogonal Splines and Wavelets // Appl. Comput. Harmon. Anal. 2 (1995). P. 201–218.

**С. В. Лексина, Е. А. Козлова (Самара)**  
**lesveta@rambler.ru**

### ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Рассмотрена система уравнений в частных производных

$$u_{tt} - Au_{xx} + Cu = 0,$$

где  $u(x, t) = (u_1(x, t), u_2(x, t))^T$  — вектор-функция,  $A, C$  — постоянные квадратные матрицы порядка 2, для которых верно  $AC = CA$ , собственные значения  $\lambda_1, \lambda_2$  матрицы  $A$  положительны и  $\lambda_1 > \lambda_2$ .

Задача состоит в том, чтобы в прямоугольнике  $Q = [0, l] \times [0, T]$  при  $T > \frac{l}{\sqrt{\lambda_2}}$  построить решение данной системы, удовлетворяющее начальным условиям

$$u(x, 0) = \varphi_0(x), \quad u_t(x, 0) = \psi_0(x), \quad 0 \leq x \leq l,$$

и финальным условиям

$$u(x, T) = \varphi_1(x), \quad u_t(x, T) = \psi_1(x), \quad 0 \leq x \leq l,$$