Методами, разработанными в [2], получено интегральное представление класса функций Кёнигса, соответствующих функциям $f \in \in \mathcal{E}(\mathfrak{P}_r[0;1])$, где $\mathcal{E}(\mathfrak{P}_r[0;1])$ – совокупность функций $f \in \mathfrak{P}_r[0;1]$, допускающих дробное итерирование в этом классе.

**Теорема.** *Пусть $f \in \mathcal{E}(\mathfrak{P}_r[0;1])$, тогда её функция Кёнигса $F$ имеет вид*

$$F(z) = \frac{z}{(1-z)^{2/(1+\alpha)}} \exp\left\{ \frac{\alpha}{1+\alpha} \int\limits_{[-1,1]} \ln \frac{1}{1-2xz+z^2}\, d\mu(x) \right\} \qquad (1)$$

*с некоторым $\alpha \geqslant 0$ и вероятностной мерой $\mu$ на $[-1,1]$. При этом, под степенной функцией и логарифмом понимаются ветви, принимающие значения 1 и 0, соответственно, при $z=0$.*

*Обратно, всякая функция $F$ вида (1) является функцией Кёнигса для функций $f \in \mathcal{E}(\mathfrak{P}_r[0;1])$, определяемых из равенства*

$$f(z) = F^{-1}\left(\beta\, F(z)\right), \quad 0 < \beta < 1.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Валирон Ж.* Аналитические функции. М.: ГИТТЛ, 1957. 235 с.

2. *Горяйнов В. В., Кудрявцева О. С.* Однопараметрические полугруппы аналитических функций, неподвижные точки и функция Кёнигса // Мат. сб. 2011. Т. 202, № 7. С. 43–74.

**И. Ф. Курбыко, С. В. Левизов (Владимир)**
**levizov@rambler.ru**

## О ЗАКОНЕ ПОВТОРНОГО ЛОГАРИФМА ДЛЯ РЯДОВ ПО СИСТЕМЕ УОЛША

Пусть $0 \le x \le 1$ и $\{\varphi_n(x)\}$ — система Уолша (в порядке Пэли) ; $\{n(k)\}$ — некоторая (строго возрастающая) последовательность индексов (номеров). Скажем, что подсистема $\{\varphi_{n(k)}(x)\}$ подчинена закону повторного логарифма (ЗПЛ), если выполнено соотношение:

$$\varlimsup_{N\to\infty} (2N \log\log N)^{-1/2} \cdot \sum_{k=1}^{N} \varphi_{n(k)}(x) = 1 \quad \text{почти всюду.} \qquad (1)$$

Известно (см. [1]), что если последовательность $\{n(k)\}$ такова, что, начиная с некоторого номера $k_0$

$$n(k+1) \ge n(k)\cdot(1 + c\cdot k^{-\alpha}), \quad \text{где } c>0,\ 0<\alpha<0.5, \qquad (2)$$

то для подсистемы $\{\varphi_{n(k)}(x)\}$ соотношение (1) имеет место.

Размер «пробелов» (лакун) в последовательности $\{n(k)\}$ регулируется показателем $\alpha$ («густота» последовательности растёт вместе с $\alpha$), причём «критическим» является рубеж $\alpha = 0,5$ (аналогичный результат справедлив и для другого вероятностного закона — ЦПТ, рассмотренного по отношению к подсистеме $\{\varphi_{n(k)}(x)\}$ — см. об этом [2, 3]). А именно: равенство (1) начинает «пропадать», если строить $\{n(k)\}$, не подчинённую (2) — взяв показатель $\alpha \geq 0,5$.

В то же время ЗПЛ может выполняться и для достаточно «густых» последовательностей $\{n(k)\}$.

Справедливо следующее утверждение: существуют последовательности $\{n(k)\}$ такие, что величина $n(k+1)/n(k) - 1$ при $k \to \infty$ убывает быстрее, чем $k^{-\gamma}$ для любого (наперёд заданного) показателя $\gamma > 0$, и при этом для подсистемы $\{\varphi_{n(k)}(x)\}$ равенство (1) выполняется.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Takahasi S.* A statistical property of the Walsh functions // Stud. Sci. Math. Hung. 1975. Vol. 10. P. 93–98.

2. *Foldes A.* Further Statistical properties of the Walsh functions // Stud. Sci. Math. Hung. 1972. Vol. 7. P. 147–153.

3. *Левизов С.В.* О ЦПТ для системы Уолша // Мат. заметки. 1984. Т. 36(3). С. 435–445.

**Е. А. Лебедева (Санкт-Петербург)**
**ealebedeva2004@gmail.com**

## ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ФРЕЙМЫ ВСПЛЕСКОВ С ОПТИМАЛЬНОЙ ЛОКАЛИЗАЦИЕЙ[1]

В сообщении построено семейство жестких фреймов всплесков с единичной границей для пространства $L_2(0,\,1)$. Семейство оптимально локализовано в смысле константы неопределенности Брейтенбергера по параметру семейства и почти оптимально локализовано по параметру всплеска.

**Теорема.** *Пусть последовательность* $2^j$*-периодична по* $k$

$$\nu_k^{j,a} := \begin{cases} e^{-\frac{k^2+a^2}{(j-1)(j-2)a}}, & k = -2^{j-2}+1, \dots, 2^{j-2}, \\ \sqrt{1 - e^{-\frac{2((k-2^{j-1})^2+a^2)}{(j-1)(j-2)a}}}, & k = 2^{j-2}+1, \dots, 3 \times 2^{j-2}, \end{cases}$$

*определим* $\widehat{\xi_j^a}(k) := \prod\limits_{r=j+1}^{\infty} \nu_k^{r,a}$. *Тогда*

$$\widehat{\varphi_j^a}(k) := 2^{-j/2}\widehat{\xi_j^a}(k), \;\; \mu_k^{j,a} := \sqrt{2}\nu_k^{j,a},$$

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 09-01-00162) и гранта президента РФ МК-7413.2010.1.