образом $k = a_0m_0 + a_1m_1 + \ldots + a_{n-1}m_{n-1}$, $q = a_0g_0 \dot{+} a_1g_1 \dot{+} \ldots \dot{+} a_{n-1}g_{n-1}$, $(a_j = \overline{0, p_j - 1})$. О функциях Хаара см. [1, 2].

Определение 1. Пусть $f : G \to \mathbb{C}$, $n \in \mathbb{N}$, $\gamma = (\gamma_i)_{i=1}^{\infty}$, $\gamma_i \in \mathbb{R}$,

$$K_n(\gamma, x, t) = \sum_{s=0}^{n} \sum_{j=1}^{p_s-1} \sum_{k=0}^{m_s-1} \gamma_{jm_s+k} H_{jm_s+k}(x) \overline{H_{jm_s+k}(t)}.$$

Определим оператор $\mathcal{K}_n(f)$ равенством: $\mathcal{K}_n(f) = \int\limits_G f(t) K_n(\gamma, x, t) dt$. Если для функции $f \in L_1(G)$ существует функция $g : G \to \mathbb{C}$ из $L_1(G)$ такая, что $\lim\limits_{n\to\infty} \|\mathcal{K}_n(f) - g\|_{L_1} = 0$, то g называется *производной* функции f и обозначается $D^\gamma(f)$.

Теорема 1. *Если $f \in L_1(G)$ дифференцируема, $D^\gamma(f) \in L_1(G)$ и $f(x) = \sum\limits_{s=0}^{\infty} \sum\limits_{j=1}^{p_s-1} \sum\limits_{k=0}^{m_s-1} \hat{f}(jm_s + k) H_{jm_s+k}(x)$, то справедливо равенство:*

$$D^\gamma f(x) = \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{p_s-1} \sum_{k=0}^{m_s-1} \gamma_{jm_s+k} \hat{f}(jm_s + k) H_{jm_s+k}(x).$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лукомский С. Ф.* О рядах Хаара на компактной нульмерной группе // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. 2009. Т. 9. Сер. Математика. Механика. Информатика, вып. 1. С. 14–19.

2. *Sergei F. Lukomskii.* Haar system on a product of zero-dimensional compact group. // Centr. Eur. J. Math. 2011. Vol. 9, № 3. С. 627–639.

Л. С. Крыжевич (Курск)
Leonid@programist.ru

ОПТИМИЗАЦИЯ УРОВНЯ ПОТЕРЬ ПРИ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ПРОСТРАНСТВ

При преобразованиях одного вида информации в другой мы вносим некоторые искажения, и данные неизбежно отличаются от исходных. В общем виде этот процесс представим так:

$$Y = \lfloor f(X) \rfloor, \quad \widetilde{X} = \lfloor f^{-1}(Y) \rfloor,$$

тогда $|X - \widetilde{X}|$ — абсолютная величина отличий между исходной и восстановленной информацией. В данном случае X может представлять собой вектор в n-мерном пространстве.

На функции необходимо накладывать условие монотонности (хотя бы на исследуемом промежутке), иначе обратное преобразование теряет свойство однозначности. К наименьшим потерям приводят линейные преобразования. Таким образом, искажения при n-мерном линейном преобразовании можно задать формулой:

$$g(X,A) = |X - \lfloor A^{-1} \cdot \lfloor A \cdot X + B + 0,5 \rfloor + D + 0,5 \rfloor|,$$

где $\lfloor . + 0,5 \rfloor$ — функция округления, а матрица A — матрица смены векторного пространства, и $|A| \neq 0$. Если X — непрерывная величина, то функция $G(X,A)$ — периодическая функция, с периодом $P = Ceil[\frac{1}{|A|}]$, т.е. она представима в более короткой форме:

$$f(x,a) = |x|, \quad \left(x \in \left[\frac{-0,5+k}{a}; \frac{0,5+k}{a} \right), \quad k = \lfloor \frac{x}{a} \rfloor, \quad a \in R \backslash \{0\} \right).$$

В тоже время следует обратить внимание, что традиционно поддаются преобразованию не отдельные значения, а целые массивы данных, следовательно, помехи возрастают, и общий уровень потерь изменяется по закону:

$$F(x) = \int_0^x f(x)dx = \begin{cases} \frac{2k+1}{8a^2} - \frac{x^2}{2}; x \in [\frac{-0,5+k}{a}; \frac{k}{a}) & ; \\ \frac{2k}{8a^2} + \frac{x^2}{2}; x \in [\frac{k}{a}; \frac{0,5+k}{a}) & . \end{cases}$$

И становится задача подбора оптимального преобразования A, что бы потери были минимальными. Исследования показали, что чем ближе матрица A к единичной — тем меньше абсолютный уровень потерь!

О. С. Кудрявцева (Волжский)
kudryavceva@vgi.volsu.ru

ДРОБНОЕ ИТЕРИРОВАНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ С ВЕЩЕСТВЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ И НЕПОДВИЖНЫМИ ТОЧКАМИ

В терминах функции Кёнигса (см., напр., [1]) исследуется вопрос дробного итерирования (см., напр., [2] и приведённую там библиографию) в классе $\mathfrak{P}_r[0;1]$, который представляет собой совокупность аналитических функций f, отображающих единичный круг $\mathbb{D} = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ в себя, сохраняющих точки $z = 0$, $z = 1$, обладающих конечной угловой производной в точке $z = 1$ и имеющих вещественные коэффициенты разложения в ряд Маклорена.