

Об открывающих отображениях и их приложениях¹

С. И. Калмыков (Москва, Россия; Шанхай, КНР)

kalmykovsergei@sjtu.edu.cn

Мы обсуждаем существование и единственность рациональных конформных отображений, обратные к которым открывают конечное число дуг на комплексной плоскости. Также нас будут интересовать связанные с такими отображениями вопросы и приложения, например, интерполяция, численные методы и полиномиальные неравенства.

Ключевые слова: конформные отображения, многосвязные области, открывающие отображения, интерполяция, группа кос.

Благодарности: Исследование выполнено при финансовой поддержке Московского центра фундаментальной и прикладной математики, соглашение с Министерством науки и высшего образования Российской Федерации № 075-15-2022-283.

On open up mappings and their applications¹

S. I. Kalmykov (Moscow, Russia; Shanghai, China)

kalmykovsergei@sjtu.edu.cn

We discuss the existence and uniqueness of rational conformal maps of minimal degree for opening up finitely many arcs on the complex plane. Also we are interested in several related problems and applications, for example, rational interpolation, numerical solutions, polynomial inequalities.

Keywords: conformal mapping, multiply connected domains, open-up mapping, interpolation, critical values, braid group.

Acknowledgements: This work was supported by Moscow Center of Fundamental and Applied Mathematics, Agreement no. 075-15-2022-283 with the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation.

Мы будем говорить, что рациональная функция F имеет тип (n, m) , если она может быть записана в виде $F = P/Q$, где P и Q – взаимно простые многочлены степеней n и m , соответственно. Как обычно, $z \in \mathbb{C}$ – критическая точка функции F , если $F'(z) = 0$, в этом случае $F(z)$ – критическое значение F .

Нас интересуют вопросы, связанные со следующей теоремой (см. [1, Theorem 1.1]).

Теорема 1. Пусть $\gamma_1, \dots, \gamma_n$ – попарно непересекающиеся дуги на комплексной плоскости. Тогда существует рациональная функция F

¹Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

¹This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

типа $(n + 1, n)$ и компактное множество $K \subset \mathbb{C}$, граница которого состоит из n попарно непересекающихся кривых Жордана, и F – конформное отображение $\overline{\mathbb{C}} \setminus K$ на $\overline{\mathbb{C}} \setminus \cup_{j=1}^n \gamma_j$, $F(\infty) = \infty$. Кроме того, F и K единственны с точностью до линейного преобразования аргумента. В частности, нормировка $F(z) = z + O(1/z)$ в бесконечности однозначно определяет F и K .

Такого рода результаты оказываются полезны при доказательстве неравенств бернштейновского и марковского типов для полиномов и рациональных функций (см. например, [2, 3]). А также могут применяться для вычисления логарифмической емкости [4] и в аппроксимациях Эрмита-Паде [5].

Теорема 1 непосредственно связана с задачей нахождения рациональной функции с предписанными критическими значениями, а также в определенной степени и с задачей, когда предписаны критические точки. Численное нахождение таких рациональных функций приводит к различным интерполяционным задачам [6].

Обратная задача к теореме 1 и связанные с ней топологические вопросы изучаются в настоящий момент в совместной работе с В. Лысовым, В. Nagy и О. Sète.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] *Kalmykov S., Nagy B., Sète O.* Minimal degree rational open up mappings and related questions // *Annales Fennici Mathematici*. 2023. V. 48, № 2. P. 429–451.
- [2] *Kalmykov S., Nagy B.* Polynomial and rational inequalities on analytic Jordan arcs and domains // *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. 2015. T. 430, № 2. P. 874–894.
- [3] *Kalmykov S., Nagy B., Totik V.* Bernstein- and Markov- type inequalities for rational functions // *Acta Math*. 2017. V. 219, № 1. P. 21–63.
- [4] *Liesen J., Sète O., Nasser M.* Publication Preview Numerical Computation of the Conformal Map onto Lemniscatic Domains // *Computational Methods and Function Theory*. 2016. V. 16. P. 609–635.
- [5] *Aptekarev A. I., Kalyagin V. A., Lysov V. G., Toulyakov D. N.* Equilibrium of vector potentials and uniformization of the algebraic curves of genus 0 // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2009. V. 233, № 3. P. 602–616.
- [6] *Kalmykov S., Nagy B., Sète O.* Rational Interpolation and Open-Up Mappings // *Mathematical Notes*. 2022. V. 112, № 3. P. 483–487.