

О сечениях солнц в трёхмерных цилиндрических пространствах¹

Б. Б. Беднов (Москва, Россия)

bednov_b_b@staff.sechenov.ru

Сечение солнца плоскостью уровня крайнего функционала в трёхмерном цилиндрическом пространстве остаётся солнцем в соответствующей норме.

Ключевые слова: солнце, сечение, цилиндр.

On cross sections of suns in three-dimensional cylindrical spaces¹

B. B. Bednov (Moscow, Russia)

bednov_b_b@staff.sechenov.ru

The cross section of the sun by the level plane of the extreme functional in a three-dimensional cylindrical space stays the sun in the corresponding norm.

Keywords: sun, cross section, cylinder.

Расстоянием от элемента x банахова пространства $X = (X, \|\cdot\|)$ до непустого множества $M \subset X$, называется величина $\rho(x, M) := \inf_{y \in M} \|x - y\|$. Множество всех *ближайших точек* (элементов наилучшего приближения) из множества M для заданного $x \in X$ обозначается $P_M(x) = \{y \in M \mid \rho(x, M) = \|x - y\|\}$.

Для непустого подмножества $M \subset X$ точка $x \in X \setminus M$ называется *точкой солнечности*, если существует такая точка $y \in P_M(x)$ (*точка светимости*), что $y \in P_M((1 - \lambda)y + \lambda x)$ для всех $\lambda \geq 0$, то есть для каждой точки на луче, выходящем из y к x , точка y является ближайшей в M . Множество $M \subset X$ называется *солнцем* [1], если каждая точка $x \in X \setminus M$ является точкой солнечности для M .

Трёхмерное пространство X называется цилиндрическим, если сфера S пространства X есть цилиндр, то есть $X = Y \oplus_{\infty} \mathbb{R}$ и $\|(x_1, x_2, x_3)\|_X = \max\{\|(x_1, x_2)\|_Y, |x_3|\}$.

Далее X — трёхмерное цилиндрическое пространство. Пусть H — крайний единичный функционал из X^* , $\text{Ker}H$ — ядро функционала H . Множество $\text{Ker}H + \zeta$ есть плоскость (двумерное аффинное подпространство трёхмерного пространства X), параллельная $\text{Ker}H$. На

¹Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

¹This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

таким аффинном подпространстве рассматривается норма, индуцированная нормой пространства X на $\text{Ker}H$: в качестве начала координат плоскости $\text{Ker}H + \zeta$ можно выбрать любую точку θ из $\text{Ker}H + \zeta$, а единичный шар B_H пространства $\text{Ker}H + \zeta$ определяется пересечением $(S(X) \cap \text{Ker}H) + \theta$. Таким образом, B_H — прямоугольник, если $H \neq (0, 0, 1)$. При $H = (0, 0, 1)$ верно равенство $S_H = S(Y)$.

Исследованию солнц в трёхмерных цилиндрических пространствах уже посвящены несколько работ (начало положено в [2]), и есть ещё несколько нерешённых вопросов, на один из которых отвечает следующая

Теорема. Пусть M — солнце в трёхмерном цилиндрическом пространстве X , H — крайний функционал из X^* . Тогда $M \cap (\text{Ker}H + x)$ либо пусто, либо солнце в пространстве $\text{Ker}H + x$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ефимов Н. В., Стечкин С. Б. Некоторые свойства чебышёвских множеств // ДАН СССР. 1958. Т. 118, № 1. С. 17–19.
- [2] Алимов А. Р., Беднов Б. Б. Монотонная линейная связность чебышёвских множеств в трёхмерных пространствах // Математический сборник. 2021. Т. 212, № 5. С. 37–57.