

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Саратовский государственный университет
имени Н. Г. Чернышевского»

ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

В двух частях

Часть 1

Учебно-методическое пособие
для студентов физического
и других естественных факультетов

Под редакцией профессора *А. А. Игнатьева*

Саратов
Издательство Саратовского университета
2012

УДК 533.16
ББК 22.33я73
Ф50

Составители: *В. А. Малярчук, Л. А. Романченко*

Физический практикум. Термодинамика и молекулярная физика : учеб.-метод. пособие для студентов физического и других естественных факультетов : в 2 ч. / сост. : В. А. Малярчук, Л. А. Романченко ; под ред. А. А. Игнатьева. – Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2012. – Ч.1. – 48 с. : ил.
ISBN 978-5-292-04125-2(ч. 1)

Первая часть учебно-методического пособия содержит описания к четырем лабораторным работам: «Определение отношения молярных теплоемкостей газов адиабатическим методом», «Определение коэффициента поверхностного натяжения жидкостей», «Внутреннее трение в жидкостях» и «Статистические закономерности».

Для студентов физического и других естественных факультетов.

Рекомендуют к печати:

кафедра общей физики,
кафедра физики критических и специальных технологий
Саратовского государственного университета
доктор технических наук *А. В. Ляшенко*
(Саратовский государственный университет)
кандидат физико-математических наук *М. Н. Куликов*
(Саратовский государственный университет)

УДК 533.16
ББК 22.33я73

ISBN 978-5-292-04125-2(ч. 1)
ISBN 978-5-292-04124-5

© В. А. Малярчук, Л. А. Романченко,
составление, 2012

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебно-методическое пособие «Термодинамика и молекулярная физика» предназначено для студентов физического и других естественных факультетов. Пособие подготовлено на кафедре общей физики Саратовского государственного университета.

Данное издание является первой частью учебно-методического пособия «Термодинамика и молекулярная физика» и включает описания к четырем лабораторным работам: «Определение отношения молярных теплоемкостей газов адиабатическим методом», «Определение коэффициента поверхностного натяжения жидкостей», «Внутреннее трение в жидкостях» и «Статистические закономерности».

К каждой лабораторной работе в пособии приводятся теоретические замечания, выводы рабочих формул, описания установок и оборудования, подробный порядок выполнения эксперимента и обработки результатов эксперимента.

При подготовке и в процессе выполнения работ в учебной лаборатории «Молекулярная физика» перед студентами ставится задача освоения теоретического материала и изучения на опыте основных физических явлений, свойств и закономерностей термодинамики и молекулярной физики.

Так как эксперименты с их многочисленными источниками ошибок не всегда соответствуют точным теоретическим выводам, то при выполнении работ в физическом практикуме от студентов требуется умение не только обращаться с измерительной аппаратурой, но и грамотно обрабатывать результаты эксперимента.

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ МОЛЯРНЫХ ТЕПЛОЁМКОСТЕЙ ГАЗОВ АДИАБАТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Теоретические замечания

Отношение количества теплоты dQ , сообщенного системе (телу), к соответствующему повышению температуры dT называют теплоёмкостью:

$$C_{\text{тела}} = \frac{dQ}{dT}. \quad (1)$$

Наиболее распространенным является определение теплоёмкости как количества теплоты, которое необходимо затратить для изменения температуры тела на один градус.

Теплоёмкость единицы массы вещества называют удельной:

$$c = \frac{1}{m} \cdot \frac{dQ}{dT} \quad [\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})].$$

Теплоёмкость моля вещества называют молярной:

$$C = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{dQ}{dT} \quad [\text{Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})]. \quad (2)$$

Иногда употребляется внесистемная единица теплоёмкости: кал/(моль·град). Калория – внесистемная единица измерения количества теплоты (1 кал = 4,187 Дж).

Удельная и молярная теплоёмкости связаны соотношением

$$c = C/M,$$

где M – молярная масса.

Приведенное выше определение теплоёмкости (1) не является достаточным, так как количество теплоты dQ , сообщаемое телу, зависит от характера процесса, в результате которого система перешла в новое состояние. Другими словами, необходимо еще указать условия, при которых производится передача количества тепла. Эта неопределенность обусловлена тем, что количество теплоты не является функцией состояния тела в отличие, например, от внутренней энергии.

В связи с отмеченной неоднозначностью возможны различные определения теплоёмкости. Так, для термодинамической системы, состояние которой определяется: давлением (p), объёмом (V) и температурой (T), различают теплоёмкости при постоянном объёме C_V и постоянном давлении C_p . Эти теплоёмкости характеризуются количеством тепла, сообщаемым системе в условиях, когда остается неизменным либо объём, либо давление.

Согласно первому закону термодинамики, выражающему закон сохранения энергии в области тепловых явлений, количество теплоты dQ , сообщаемое системе, затрачивается на увеличение внутренней энергии системы dU и на работу dA , которую система совершает над внешней средой:

$$dQ = dU + dA. \quad (3)$$

(Более строго, это соотношение записывается в виде $\delta Q = dU + \delta A$, чтобы подчеркнуть то обстоятельство, что dU является полным дифференциалом, поскольку среди величин Q , U и A только U является функцией состояния системы.)

Работа dA в случае отсутствия магнитных и электрических явлений сопровождается исключительно расширением системы, которая находится под действием внешнего давления p , и в этом случае $dA = p \cdot dV$ ($dV > 0$). Тогда

$$dQ = dU + p \cdot dV. \quad (4)$$

Если нагревание происходит при постоянном объёме $V = const$ ($dV = 0$), то все тепло тратится на увеличение внутренней энергии:

$$dQ = dU.$$

Тогда из определения молярной теплоёмкости (2) $C_V = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_V = \left(\frac{dU_0}{dT} \right)_V$, где U_0 – внутренняя энергия одного моля газа. Отсюда для идеального газа можно записать

$$C_V = \frac{dU_0}{dT}, \quad (5)$$

так как внутренняя энергия является только функцией температуры $U(T)$.

Для изобарического процесса ($p = const$) из (4) и (5) следует

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_p = \frac{dU_0}{dT} + p \left(\frac{dV}{dT} \right)_p = C_V + p \left(\frac{dV}{dT} \right)_p. \quad (6)$$

В соответствии с уравнением состояния идеального газа (для одного моля газа $\nu = 1$)

$$pV = RT . \quad (7)$$

При $p = const$

$$\left(\frac{dV}{dT} \right)_p = \frac{R}{p} ,$$

тогда

$$C_p = C_V + R. \quad (8)$$

Теплоёмкость C_p всегда больше теплоёмкости C_V . Это связано с работой, совершаемой газом при расширении ($p = const$).

При описании некоторых физических процессов приходится иметь дело с отношением теплоемкостей

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} . \quad (9)$$

Одним из таких процессов, играющих важную роль при изучении тепловых явлений, является адиабатический процесс. Для этого процесса характерна теплоизолированность системы от внешней среды, т. е. процесс протекает без теплообмена с внешней средой. Значит, работа, совершаемая системой в этом случае, производится за счет изменения ее внутренней энергии. Из первого закона термодинамики (3) для адиабатического процесса ($dQ = 0$) имеем

$$dU + p \cdot dV = 0. \quad (10)$$

В случае идеального газа (5) для одного моля $dU_0 = C_V \cdot dT$. Тогда с учетом этого выражение (10) примет вид

$$C_V dT + p \cdot dV = 0. \quad (11)$$

Дифференцируя уравнение (7), получим:

$$pdV + Vdp = RdT$$

и выразим из полученного выражения dT :

$$dT = \frac{1}{R} (pdV + Vdp) . \quad (12)$$

Подставим (12) в (11):

$$\frac{C_V}{R} (pdV + Vdp) + pdV = 0 .$$

Преобразования последнего выражения с учетом (8) и (9) дают:

$$\begin{aligned} \frac{C_V + R}{R} p dV + \frac{C_V}{R} V dp &= 0, \\ \frac{C_p}{C_V} \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} &= 0, \\ \gamma \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Интегрирование (13) дает:

$$\gamma \ln V + \ln p = \text{const},$$

откуда простым потенцированием получим

$$p V^\gamma = \text{const}. \quad (14)$$

Из (7) $p = \frac{RT}{V}$, тогда (14) примет вид

$$T \cdot V^{\gamma-1} = \text{const}. \quad (15)$$

Соотношения (14) и (15) называют уравнениями Пуассона.

Молекулярно-кинетическая теория, рассматривая газ как совокупность свободно движущихся частиц, подчиняющихся законам классической механики, позволяет удовлетворительно объяснить некоторые основные свойства реальных газов. В частности, она дает возможность оценить порядок величин термодинамических характеристик C_p , C_V и γ .

Согласно представлениям кинетической теории, молекулы идеального газа не взаимодействуют между собой, внутренняя энергия такого газа не зависит от изменения объема и давления и является только функцией температуры. В силу полной беспорядочности движения считают, что в среднем на каждую степень свободы приходится энергия, равная $\frac{1}{2}kT$, где $k = 1,3807 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Если рассматривать одноатомный газ, каждая частица которого представляется как точечная масса, совершающая поступательное движение и поэтому имеющая три степени свободы (положение ее в пространстве может быть определено тремя независимыми координатами), то средняя кинетическая энергия такой частицы равна $\frac{3}{2}kT$.

Внутренняя энергия многоатомных газов складывается из кинетических энергий поступательного и вращательного движения молекул. Применяя и в этом случае положение о равном распределении энергии по степеням свободы, можно подсчитать среднюю кинетическую энергию E_0 многоатомной молекулы:

$$E_0 = \frac{i}{2} kT, \quad (16)$$

где i – число степеней свободы молекул.

Молекулы двухатомного газа обладают тремя поступательными и двумя вращательными степенями свободы. Поэтому средняя кинетическая энергия двухатомной молекулы

$$E_0 = \frac{5}{2} kT. \quad (17)$$

Внутреннюю энергию U_0 одного моля газа найдем, умножив (16) на число молекул N_A в одном моле ($N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ – число Авогадро):

$$U_0 = \frac{i}{2} N_A kT = \frac{i}{2} RT. \quad (18)$$

Молярную теплоёмкость газа при постоянном объеме получим, продифференцировав (18) по температуре:

$$C_V = \frac{dU_0}{dT} = \frac{i}{2} R. \quad (19)$$

Используя (7) и (19), выразим через число степеней свободы молекулы теплоёмкость C_p и отношение теплоемкостей γ :

$$C_p = \frac{i}{2} R + R = \frac{i+2}{2} R,$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}.$$

В работе требуется найти отношение γ теплоемкостей C_p и C_V воздуха. Поскольку воздух состоит в основном из смеси двухатомных газов (водорода, кислорода, азота), каждая молекула которых имеет пять степеней свободы, то отношение молярных (или удельных в соответствии с соотношением $c = C/M$) теплоемкостей для воздуха будет $\gamma = 1,40$. Это довольно хорошо согласуется по порядку величины с экспериментальными данными, полученными для чистого воздуха, свободного от CO_2 и паров воды при нормальных условиях.

Вывод рабочей формулы

Определение численного значения величины γ является целью предлагаемой работы. Величину C_p экспериментально можно найти обычным калориметрическим способом, а определение C_V на опыте связано со значительными трудностями. Вследствие этого представляется более удобным, предварительно определив величины C_p и γ , вычислить C_V .

Идея опыта заключается в следующем: допустим, что некоторая масса газа $m = const$ (меньшая, чем масса всего воздуха в сосуде) характеризуется начальным состоянием 1: объемом V_0 , давлением $p_0 + H$ (p_0 – атмосферное давление, H – разность уровней жидкости в манометре) и температурой T_0 . Заставим газ быстро расширяться. Кратковременность процесса позволяет считать тепловой обмен с окружающей средой отсутствующим, т. е. процесс быстрого расширения – адиабатическим. В конце процесса состояние 2 газа (для той же массы m) будет определяться объемом $V_1 > V_0$, давлением p_0 и температурой $T_1 < T_0$. Предоставим газу нагреваться при постоянном объеме до прежней температуры T_0 , которая равна температуре окружающей среды. В конце этого процесса состояние 3 будет характеризоваться прежним объемом V_1 , давлением $p_0 + H'$ и температурой T_0 . При адиабатическом процессе перехода газа из состояния 1 в состояние 2 будет выполняться согласно (13) условие

$$p_0 V_1^\gamma = (p_0 + H) V_0^\gamma. \quad (20)$$

Состояние 1 и 3 характеризуются одинаковой температурой, следовательно, переход массы газа m из состояния 1 в состояние 3 можно осуществить по изотерме, т. е.

$$(p_0 + H) V_0 = (p_0 + H') V_1. \quad (21)$$

Равенства (20) и (21) можно переписать в виде

$$\left(\frac{V_0}{V_1}\right)^\gamma = \frac{p_0}{p_0 + H} \quad \text{и} \quad \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^\gamma = \frac{(p_0 + H')^\gamma}{(p_0 + H)^\gamma},$$

откуда $\frac{p_0}{p_0 + H} = \left(\frac{p_0 + H'}{p_0 + H}\right)^\gamma$. Логарифмируя это выражение, получим:

$$\ln \frac{p_0}{p_0 + H} = \gamma \ln \frac{p_0 + H'}{p_0 + H}. \quad \text{Определим отсюда } \gamma: \quad \gamma = \frac{\ln \frac{p_0}{p_0 + H}}{\ln \frac{p_0 + H'}{p_0 + H}} = \frac{\ln \left(1 - \frac{H}{p_0 + H}\right)}{\ln \left(1 - \frac{H - H'}{p_0 + H}\right)}.$$

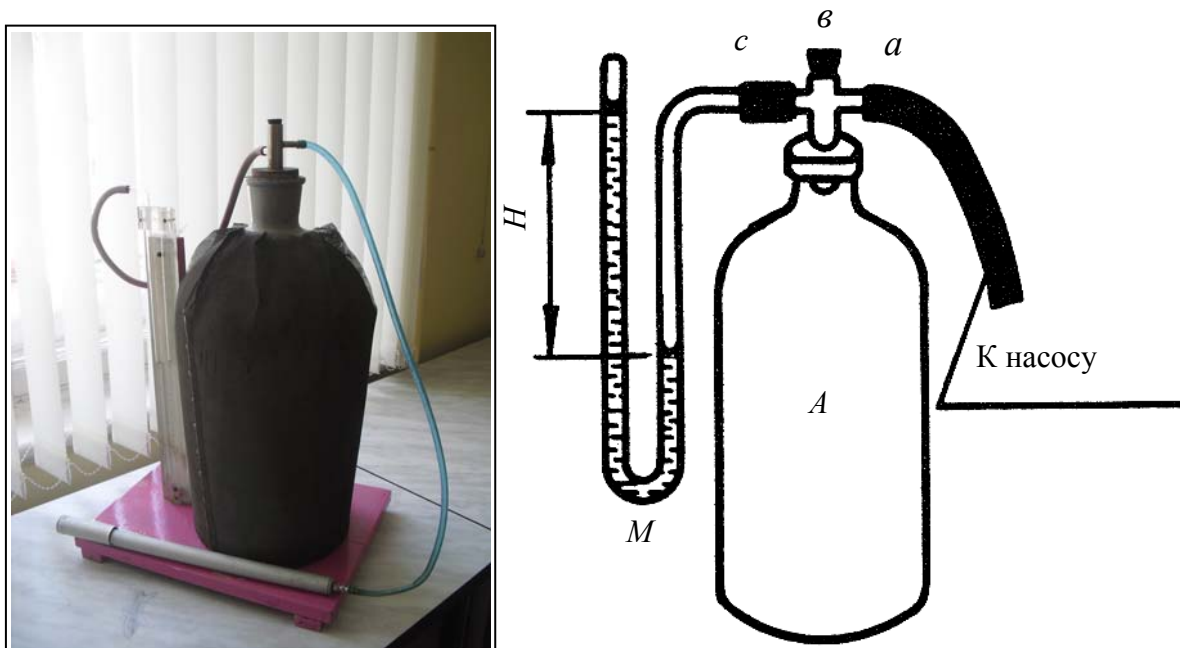
Разлагая логарифмы в ряды по формуле $\ln(1 - x) = -x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 + \dots$ и ограничиваясь только первыми членами разложения, найдем приближенно:

$$\gamma = \frac{-\frac{H}{p_0 + H}}{-\frac{H - H'}{p_0 + H}} = \frac{H}{H - H'}. \quad (22)$$

Таким образом, можно для определения величины γ ограничиться наблюдением над изменениями давления газа (H и H') по отношению к атмосферному давлению.

Оборудование

Установка для определения отношения молярных теплоемкостей газа адиабатическим методом (общий вид и схема представлены на рисунке), насос.



Описание установки

Для проведения опыта служит прибор, изображенный на рисунке и состоящий из большой стеклянной бутылки A , в горловину которой вставляется герметичная пробка. Через пробку проходит латунная трубка, имеющая два отвода: один a соединен с насосом, служащим для накачивания воздуха в сосуд, другой c – с манометром M . Сверху латунная трубка плотно закрывается резиновой пробкой $в$.

Порядок выполнения работы

1. Накачать в сосуд A воздух до давления 20–30 см по манометру M и закрыть зажим на резиновом шланге.
2. Через некоторое время, когда разность уровней манометрической жидкости установится примерно постоянной, произвести отсчет давления по манометру (H).

3. Вынуть пробку (ϵ), тем самым давая возможность газу расширяться, и через очень короткий промежуток времени (2–3 с) снова плотно закрыть отверстие. Таким образом, осуществляется адиабатический процесс перехода газа из одного состояния в другое. При открытой пробке ϵ давление газа в баллоне падает до атмосферного p_0 . Вместе с тем понижается температура газа, так как процесс расширения газа адиабатический.

4. Наблюдать по манометру увеличение давления газа в сосуде, что связано с нагреванием газа за счет теплообмена с окружающей средой. Заметить момент, когда показания манометра достигнут максимума, и произвести отсчет H' .

5. Повторить пп. 1–4 не менее 5 раз и записать результаты наблюдений в таблицу.

№	H	H'	γ	$\gamma_{\text{ср}}$	$\Delta\gamma$	$\Delta\gamma_{\text{ср}}$	$(\Delta\gamma_{\text{ср}}/\gamma_{\text{ср}})\cdot 100\%$
1							
2							
3							
4							
5							
6							

6. Вычислить γ по формуле (22), используя измеренные величины H и H' .

7. Рассчитать среднее значение $\gamma_{\text{ср}}$ и погрешности измерений (абсолютные $\Delta\gamma$, $\Delta\gamma_{\text{ср}}$ и относительную $\Delta\gamma_{\text{ср}}/\gamma_{\text{ср}}$).

8. Рассчитать максимальную относительную погрешность метода измерений по формуле

$$\delta = \frac{\Delta H_{\text{ср}}}{H_{\text{ср}}} + \frac{\Delta(H - H')_{\text{ср}}}{H_{\text{ср}} - H'_{\text{ср}}} \cdot 100\% .$$

9. Проверить неравенство $(\Delta\gamma_{\text{ср}}/\gamma_{\text{ср}}) \leq \delta$.

10. Провести сравнение $\gamma_{\text{ср}}$ с теоретическим значением γ для воздуха. Расхождение значений оценить по формуле $(|\gamma_{\text{ср}} - \gamma_{\text{теор}}|/\gamma_{\text{теор}})\cdot 100\%$.

11. Записать результат в виде $\gamma = \gamma_{\text{ср}} \pm \Delta\gamma_{\text{ср}}$.

Контрольные вопросы

1. Дайте определения удельных и молярных теплоемкостей газов.
2. Объясните, почему молярная теплоёмкость при $p = \text{const}$ больше молярной теплоёмкости при $V = \text{const}$.
3. Сформулируйте и запишите первый закон термодинамики.
4. Каковы основные представления кинетической теории газов?
5. Выведите рабочую формулу.
6. Опишите измерительную установку и последовательность проведения эксперимента.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Теоретические замечания

Между молекулами жидкости одновременно существуют как силы притяжения, так и силы отталкивания. Эти силы различны по своей природе, чем и обусловлен различный характер их зависимости от расстояния между взаимодействующими молекулами. На очень малых расстояниях преобладают силы отталкивания, на более дальних – силы притяжения. Молекулы жидкости располагаются настолько близко друг к другу, что силы притяжения между ними имеют значительную величину. Поскольку взаимодействие быстро убывает с расстоянием, начиная с некоторого расстояния силами притяжения между молекулами можно пренебречь. Это расстояние r называется радиусом молекулярного действия, а сфера радиуса r – сферой молекулярного действия (рис. 1). Радиус молекулярного действия имеет величину порядка 10^{-7} см.

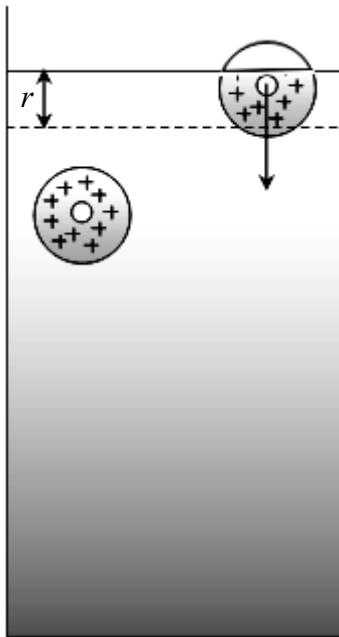


Рис. 1

Явление поверхностного натяжения связано с особым состоянием частиц в поверхностном слое жидкости. Если молекула находится внутри жидкости и удалена от ее поверхности на расстояние, превышающее радиус сферы молекулярного действия, то силы притяжения со стороны ближайших молекул уравниваются. Если же молекула находится в поверхностном слое, толщина которого равна радиусу сферы молекулярного действия, и граничащем с другой средой, например, с собственным паром, то появляется результирующая сила, направленная внутрь жидкости. Это объясняется тем, что число молекул в единице объема жидкости больше молекул в единице объема пара, в результате чего каждая молекула на поверхности окружена со стороны жидкости большим числом близлежащих соседей, чем со стороны пара. Поэтому, для того чтобы извлечь молекулы из внутренних частей жид-

кости на ее поверхность, преодолев действие силы, направленной внутрь жидкости, требуется затрата работы.

Действие силы, направленной внутрь жидкости, приводит к сокращению площади поверхности жидкости. Взаимодействие молекул с соседними молекулами на поверхности жидкости обуславливает наличие горизонтальной составляющей сил, действующих на молекулы в поверхностном слое. Эти силы тоже способствуют стремлению площади поверхности жидкости к сокращению. Они получили название сил поверхностного натяже-

ния. Сила поверхностного натяжения направлена по касательной к поверхности жидкости.

Рассмотрим объем жидкости, в котором количество молекул внутри этого объема намного больше, чем на поверхности (например, стакан с жидкостью). Молекулы, находящиеся в поверхностном слое, обладают дополнительной потенциальной энергией по сравнению с молекулами внутри жидкости. Эта дополнительная энергия называется поверхностной энергией $W_{\text{пов}}$ и пропорциональна площади поверхности жидкости S :

$$W_{\text{пов}} = \alpha S. \quad (1)$$

Коэффициент пропорциональности α зависит не только от природы и состояния жидкости, но и от природы и состояния той среды, с которой соприкасается данная поверхность жидкости. Его называют коэффициентом поверхностного натяжения. Процесс увеличения поверхностной энергии жидкости за счет работы молекул жидкости, переходящих из глубины жидкости в поверхностный слой, должен происходить при постоянной температуре, т. е. должен быть изотермическим. В противном случае наблюдалось бы охлаждение жидкости.

Физический смысл коэффициента поверхностного натяжения состоит в следующем: коэффициент поверхностного натяжения численно равен работе, затрачиваемой на образование 1 м^2 поверхности жидкости при постоянной температуре:

$$\alpha = \frac{dA}{dS}.$$

Кроме того, коэффициент поверхностного натяжения α можно определить и как свободную поверхностную энергию жидкости, приходящуюся на единицу поверхности:

$$\alpha = \frac{W_{\text{пов}}}{S}.$$

Известно, что любая система, предоставленная самой себе, стремится перейти в состояние, соответствующее минимуму ее потенциальной энергии. Очевидно, что в состоянии невесомости жидкость принимает форму шара, что соответствует минимуму площади поверхности при фиксированном объеме. Поэтому форма свободно падающих капель жидкости близка к сферической.

Некоторые жидкости, как, например, мыльная вода, обладают способностью образовывать тонкие пленки. Всем хорошо известные мыльные пузыри имеют правильную сферическую форму – в этом тоже проявляется действие сил поверхностного натяжения.

Рассмотрим тонкий слой жидкости, который несколько растянут. Например, мыльная пленка, натянутая на прямоугольную рамку с подвижной стороной, длина которой равна L (рис. 2).

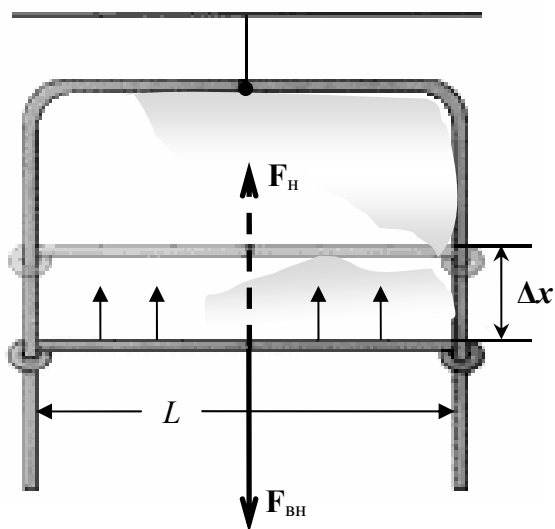


Рис. 2

Силы поверхностного натяжения F_n стремятся сжать эту пленку, уменьшить ее поверхность. Для того чтобы удержать пленку в растянутом состоянии, нужно приложить к ней внешнюю силу $F_{вн}$, которая компенсирует бы силу поверхностного натяжения $F_n = F_{вн}$. Эта сила должна быть тем больше, чем больше ширина рамки L . Так как нужно учитывать обе поверхности пленки, то длина линии раздела будет в два раза больше, т. е. $2L$. Следовательно, значение силы $F_n \sim 2L$ или

$$F_n = 2\alpha L. \quad (2)$$

Здесь коэффициент пропорциональности α – *коэффициент поверхностного натяжения жидкости* – можно определить как величину, численно равную силе поверхностного натяжения, приходящейся на единицу длины контура поверхности жидкости.

Пусть перекладина переместилась на малое расстояние dx (см. рис. 2). Тогда над перекладиной была совершена элементарная работа, равная по модулю

$$|dA| = |F_{вн} \cdot dx| = |F_n \cdot dx| = |dW_{пов}| = \alpha \cdot dS,$$

где $dS = 2Ldx$ – приращение площади поверхности обеих сторон мыльной пленки. Так как модули сил $F_{вн}$ и F_n одинаковы, можно записать:

$$F_n \cdot dx = \alpha \cdot 2Ldx,$$

откуда $\alpha = \frac{F_n}{2L}$.

Задание № 1

Определение коэффициента поверхностного натяжения жидкости методом капель

Вывод рабочей формулы

Пусть из тонкого капиллярного отверстия вытекает жидкость в виде капель. Рассмотрим процесс их образования. Вытеканию жидкости из капилляра препятствует поверхностная пленка, затягивающая образовавшееся отверстие. Под действием силы тяжести капли пленка прогибается, растягивается и увеличивается, стремясь приобрести сферическую форму (рис. 3).

В некоторый момент у капли появляется перетяжка («шейка»), радиус которой можно приблизительно считать равным радиусу капилляра. По окружности этой перетяжки действуют силы поверхностного натяжения, препятствующие отрыву капли. Эти силы направлены по касательной к поверхности жидкости и перпендикулярно границе перетяжки, т. е. вертикально вверх. Равнодействующую этих сил ввиду симметричной формы контура можно считать приложенной в центре сечения «шейки». Силу поверхностного натяжения при отрыве капли можно подсчитать, зная радиус перетяжки:

$$F_{\text{н}} = 2\pi r\alpha, \quad (3)$$

где r – радиус перетяжки; $2\pi r$ – длина окружности перетяжки; α – коэффициент поверхностного натяжения жидкости. В момент отрыва капли сила тяжести mg и сила поверхностного натяжения $F_{\text{н}}$ будут равны по модулю:

$$2\pi r\alpha = mg. \quad (4)$$

Отсюда $\alpha = \frac{mg}{2\pi r}$.

Таким образом, зная массу капли m и радиус перетяжки r , можно определить коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Однако измерить радиус перетяжки в учебной лаборатории достаточно сложно, поэтому на практике часто пользуются методом сравнения коэффициентов поверхностного натяжения двух жидкостей – исследуемой и эталонной, коэффициент поверхностного натяжения которой уже известен. В качестве эталонной жидкости обычно используют дистиллированную воду, тогда для нее выражение (4) можно записать следующим образом:

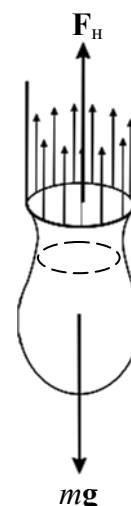


Рис. 3

$$2\pi r_0\alpha_0 = m_0 g, \quad (5)$$

где r_0 , α_0 и m_0 – радиус перетяжки капли, коэффициент поверхностного натяжения и масса одной капли эталонной жидкости соответственно.

Можно считать, что радиусы перетяжек капель исследуемой и эталонной жидкостей равны ($r = r_0$). Поделив почленно (4) на (5), получим:

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{m}{m_0}.$$

Откуда

$$\alpha = \frac{m}{m_0} \alpha_0. \quad (6)$$

Оборудование

Установка, пустой стаканчик (1 шт.), стаканчик с эталонной жидкостью (1 шт.), стаканчик с исследуемой жидкостью (1 шт.), набор разновесов.

Описание установки

Установка (рис. 4) для выполнения лабораторной работы представляет собой стеклянный сосуд, оканчивающийся капилляром (капельницу). Для регулирования отрыва капель предусмотрен кран.

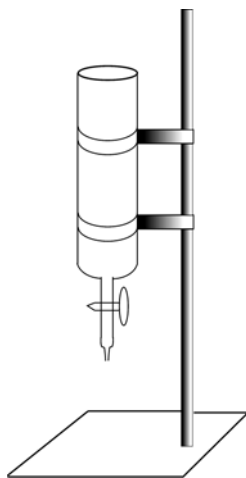


Рис. 4

Порядок выполнения работы

1. Взвесить пустой стаканчик. Измеренную массу стаканчика $m_{ст}$ занести в табл. 1.

Таблица 1

№	$m_{ст}$, Г	$m_{эт}$, Г	m_0 , Г	$m_{и}$, Г	m , Г	α , дин/см	$\alpha_{ср}$, дин/см	$\Delta\alpha$, дин/см	$\Delta\alpha_{ср}$, дин/см
1									
2									
3									

Если производить все измерения и расчеты, пользуясь Международной системой единиц (СИ), то результаты следует записать в табл. 2.

Таблица 2

№	$m_{ст}$, кг	$m_{эт}$, кг	m_0 , кг	$m_{и}$, кг	m , кг	α , Н/м	$\alpha_{ср}$, Н/м	$\Delta\alpha$, Н/м	$\Delta\alpha_{ср}$, Н/м
1									
2									
3									

2. Налить в капельницу эталонную жидкость. Используя пустой стаканчик, отрегулировать скорость отрыва капель таким образом, чтобы удобно было их считать. Затем вылить эту жидкость в капельницу.

3. В пустой стаканчик накапать 50 капель. Взвесить стаканчик с эталонной жидкостью. Измеренную массу $m_{эт}$ записать в таблицу.

4. Затем вылить эту жидкость в капельницу.

5. По формуле $m_0 = (m_{эт} - m_{ст}) / 50$ определить массу одной капли эталонной жидкости. Результат занести в таблицу.

6. Повторить пп. 3–5 с эталонной жидкостью не менее 3 раз.

7. Слить оставшуюся в капельнице эталонную жидкость в стаканчик.

8. Налить в капельницу исследуемую жидкость. Используя пустой стаканчик, отрегулировать скорость отрыва капель.

9. Накапать в стаканчик 50 капель исследуемой жидкости. Взвесить стаканчик с исследуемой жидкостью. Измеренную массу $m_{и}$ занести в таблицу.

10. По формуле $m = (m_{и} - m_{ст}) / 50$ определить массу одной капли исследуемой жидкости. Результат занести в таблицу.

11. Повторить пп. 9, 10 с исследуемой жидкостью не менее 3 раз.

12. Слить оставшуюся в капельнице исследуемую жидкость в стаканчик.

13. Используя данные таблицы, вычислить по формуле (6) значение коэффициента поверхностного натяжения α исследуемой жидкости, среднее значение коэффициента поверхностного натяжения $\alpha_{ср}$, абсолютную погрешность $\Delta\alpha$ и среднее значение абсолютной погрешности $\Delta\alpha_{ср}$. Занести полученные данные в таблицу. (Значение коэффициента поверхностного натяжения эталонной жидкости α_0 для расчетов взять из справочных данных табл. П1 приложения.)

14. Записать полученный результат в виде $\alpha_{ср} \pm \Delta\alpha_{ср}$ и вычислить относительную погрешность измерений по формуле

$$\delta = (\Delta\alpha_{ср} / \alpha_{ср}) \cdot 100\%.$$

15. Рассчитать максимальную относительную погрешность метода измерений по формуле

$$\delta_{\max} = \left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta\alpha_0}{\alpha_0} + \frac{\Delta m_0}{m_0} \right) \cdot 100\% ,$$

где погрешности Δm , Δm_0 определяются точностью разновесов (0,5 от наименьшего значения разновеса); $\Delta \alpha_0$ определяется как 0,5 от значения последних значащих цифр величины α_0 . В качестве m , m_0 берутся средние значения измеренных масс капель, а значение α_0 – из табл. П1 приложения. По полученному значению δ_{\max} найти абсолютную погрешность по формуле

$$\Delta \alpha = \frac{\delta_{\max} \cdot \alpha_{\text{ср}}}{100\%},$$

сравнить ее значение с величиной случайной погрешности измерений $\Delta \alpha_{\text{ср}}$.

16. Сравнить полученное значение коэффициента поверхностного натяжения с табличным значением, взяв его из табл. П1 приложения. Расхождение значений оценить с помощью формулы $(|\alpha_{\text{ср}} - \alpha_{\text{табл}}| / \alpha_{\text{табл}}) \cdot 100\%$.

Контрольные вопросы

1. Опишите механизм возникновения поверхностного натяжения жидкостей.
2. От чего зависит и как направлена сила поверхностного натяжения?
3. В чем заключается физический смысл коэффициента поверхностного натяжения?
4. Выведите рабочую формулу для определения коэффициента поверхностного натяжения жидкости методом капель.
5. Опишите порядок проведения работы.

Задание № 2

Определение коэффициента поверхностного натяжения методом газовых пузырьков (при постоянной температуре)

Вывод рабочей формулы

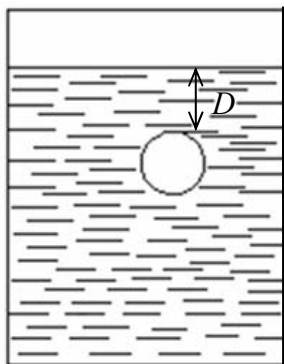


Рис. 5

Представим себе сосуд с жидкостью (рис. 5), внутри которой на расстоянии D от поверхности находится газовый пузырек. Для того чтобы пузырек находился в равновесии (т. е. не изменял свой объем) необходимо, чтобы давление внутри пузырька было равно давлению снаружи. В этом случае равнодействующая всех сил, действующих на его поверхность, равна нулю.

Обозначим давление газа внутри пузырька p , атмосферное давление – p_1 , давление столба жидкости – $p_2 = \rho g D$, где D – высота столба жидкости, ρ – плотность жидкости. Кроме того, существует доба-

вочное давление p_3 , возникающее под искривленной поверхностью, которое стремится сжать пузырек. Тогда условие равновесия можно записать так:

$$p = p_1 + p_2 + p_3.$$

По формуле Лапласа добавочное давление под искривленной поверхностью для сферического пузырька имеет вид

$$p_3 = 2\alpha \frac{1}{R},$$

где α – коэффициент поверхностного натяжения жидкости; R – радиус пузырька.

Поэтому $p = p_1 + \rho g D + \frac{2\alpha}{R}$ и

$$\alpha = \frac{R}{2}(p - p_1 - \rho g D). \quad (7)$$

Оборудование

Установка для определения коэффициента поверхностного натяжения методом газовых пузырьков (общий вид и схема представлены на рис. 6), стаканчик с эталонной жидкостью, стаканчик с исследуемой жидкостью, резиновая груша или ручной насос, зажим.

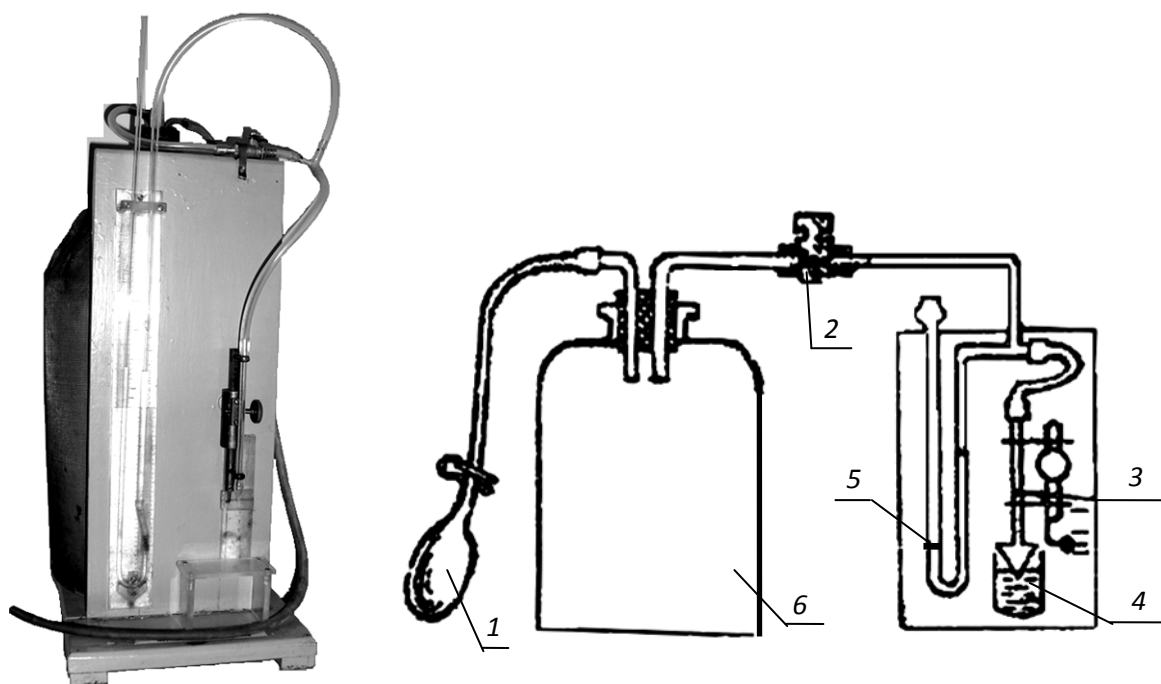


Рис. 6

Описание установки

В установке (см. рис. 5) используется стеклянный баллон *б* емкостью 10–15 л. В горлышко баллона вставлена пробка с двумя трубками диаметром 6–10 мм. Все соединения герметизированы. Во время выполнения задания к одной из трубок присоединяют резиновую грушу *1* или ручной насос. У второй трубки имеется стеклянный кран *2*, к которому присоединены параллельно капиллярная трубка *3* и U-образный дифференциальный манометр *5*. Глубина погружения капилляра в жидкость отмечается по миллиметровой шкале, расположенной рядом с капилляром. Исследуемая жидкость наливается в стаканчик *4*. Трубка *3* опускается в стаканчик так, что конец капилляра оказывается погруженным в жидкость на несколько миллиметров. В баллон *б* с помощью насоса накачивают воздух. Затем открывают кран *2* настолько, чтобы из капилляра в жидкость начали поступать отдельные пузырьки газа. Отрыв пузырька происходит в том случае, когда выполняется условие $p = p_1 + p_2 + p_3$. Манометр *5* дает возможность определить, насколько давление внутри пузырька p превышает атмосферное p_1 :

$$p - p_1 = \ell \rho_1 g,$$

где ℓ – перепад уровней в коленах манометра; ρ_1 – плотность манометрической жидкости. С учетом этого формулу (7) можно переписать:

$$\alpha = \frac{R}{2} (\ell \rho_1 g - \rho g D) = \frac{Rg}{2} (\ell \rho_1 - D\rho). \quad (8)$$

Необходимые для расчета по формуле (8) значения плотностей ρ и ρ_1 берутся из табл. П2 приложения. Входящий в рабочую формулу радиус пузырька R трудно измерить непосредственно. Поэтому его значение определяют, используя эталонную жидкость с известным коэффициентом поверхностного натяжения α_0 . При таком определении R метод следует считать относительным. Для обоснования возможности применения такого метода рассмотрим качественно процесс образования пузырька. На конце капилляра образуется пленка, радиус кривизны которой больше радиуса капилляра. Под действием избыточного внешнего давления пленка прогибается, радиус кривизны уменьшается. Минимальная величина радиуса кривизны пузырька совпадает с величиной радиуса капилляра. Пузырек в это время представляет собой полусферу, «висящую» на конце капилляра. Давление при этом достигает максимального значения.

Показание манометра $p - p_1$ максимально (заметим, что даже максимальное давление p меньше давления в баллоне вследствие дросселирующего действия крана). Если затем радиус пузырька постепенно увеличивается, то образуется «шейка» и пузырек отрывается. В момент отрыва радиусы пузырьков различных жидкостей различны, но минимальные радиусы одинаковы и равны радиусу капилляра. Поэтому, измеряя максимальное

давление в пузырьке воздуха при работе с жидкостью, коэффициент поверхностного натяжения которой известен, можно вычислить радиус капилляра.

Порядок выполнения работы

Работа выполняется в два этапа. Сначала определяется радиус газового пузырька, а затем – коэффициент поверхностного натяжения исследуемой жидкости.

Определение радиуса газового пузырька

1. Присоединить к свободной трубке баллона резиновую грушу или ручной насос.

2. Установить стаканчик с эталонной жидкостью под капилляром.

3. Измерить глубину погружения D капилляра следующим образом: очень медленно опустить капилляр в стаканчик с помощью вращающего механизма (рис. 7).

4. В момент касания концом капилляра поверхности жидкости нужно отметить положение стрелки указателя на шкале, расположенной за трубкой. После этого опустить трубку в жидкость на несколько миллиметров и отметить новое положение стрелки. Разность этих показаний дает глубину погружения D . Результат занести в табл. 3.



Рис. 7

Таблица 3

№ опыта	$t, ^\circ\text{C}$	$\ell_0, \text{см}$	$\rho, \text{г/см}^3$	$D, \text{см}$	$\alpha_0, \text{дин/см}$	$R, \text{см}$	$R_{\text{ср}}, \text{см}$
1							
2							
3							
4							
5							

Если производить все измерения и расчеты, пользуясь Международной системой единиц (СИ), то результаты следует записать в табл. 4.

Таблица 4

№ опыта	t, K	$\ell_0, \text{м}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$D, \text{м}$	$\alpha_0, \text{Н/м}$	$R, \text{м}$	$R_{\text{ср}}, \text{м}$
1							
2							
3							
4							
5							

5. Создать избыточное давление в баллоне резиновой грушей или ручным насосом.

6. Одновременно медленно открыть кран и измерить максимальный перепад уровней в коленах манометра ℓ_0 в момент выхода пузырька. Результаты измерений занести в таблицу.

7. Вычислить радиус пузырька по формуле

$$R = \frac{2\alpha_0}{g(\ell_0\rho_1 - D\rho)},$$

где α_0 – коэффициент поверхностного натяжения эталонной жидкости; ℓ_0 – максимальный перепад уровней в коленах манометра; ρ_1 – плотность манометрической жидкости; ρ – плотность эталонной жидкости; D – глубина погружения капилляра. Записать результат в таблицу.

8. Повторить пп. 3–6 не менее 5 раз.

9. Поднять трубку и убрать стаканчик с эталонной жидкостью.

*Определение коэффициента поверхностного натяжения
исследуемой жидкости*

1. Установить стаканчик с исследуемой жидкостью под капилляром.

2. Очень медленно опустить капилляр в стаканчик с помощью вращающего механизма. В момент касания концом капилляра поверхности жидкости нужно отметить положение стрелки указателя на шкале, расположенной за трубкой. После этого опустить трубку в жидкость на несколько миллиметров и отметить новое положение стрелки. Разность этих показаний дает глубину погружения D . Результат занести в табл. 5 или табл. 6.

3. Создать избыточное давление в баллоне резиновой грушей или ручным насосом.

4. Одновременно медленно открыть кран и измерить максимальный перепад уровней в коленах манометра ℓ в момент выхода пузырька. Результаты измерений занести в табл. 5.

Таблица 5

№ опыта	$t, ^\circ\text{C}$	$\ell, \text{см}$	$\rho, \text{г/см}^3$	$D, \text{см}$	$\alpha, \text{дин/см}$	$\alpha_{\text{ср.}} \text{дин/см}$	$\Delta\alpha, \text{дин/см}$	$\Delta\alpha_{\text{ср.}} \text{дин/см}$
1								
2								
3								
4								
5								

Если производить все измерения и расчеты, пользуясь Международной системой единиц (СИ), то результаты следует записать в табл. 6.

Таблица 6

№ опыта	t, K	$\ell, м$	$\rho, кг/м^3$	$D, м$	$\alpha, Н/м$	$\alpha_{ср}, Н/м$	$\Delta\alpha, Н/м$	$\Delta\alpha_{ср}, Н/м$
1								
2								
3								
4								
5								

5. Повторить пп. 2–4 не менее 5 раз.
6. Поднять трубку и убрать стаканчик с исследуемой жидкостью.
7. Рассчитать по формуле (8) значение коэффициента поверхностного натяжения α исследуемой жидкости, среднее значение $\alpha_{ср}$, абсолютную погрешность $\Delta\alpha$, среднюю абсолютную погрешность $\Delta\alpha_{ср}$.
8. Записать полученный результат в виде

$$\alpha = \alpha_{ср} \pm \Delta\alpha_{ср}.$$

9. Вычислить относительную погрешность измерений по формуле

$$\delta = (\Delta\alpha_{ср} / \alpha_{ср}) \cdot 100\%.$$

10. Сравнить полученное значение коэффициента поверхностного натяжения с его табличным значением (табл. П1 приложения). Расхождение значений оценить с помощью формулы $(|\alpha_{ср} - \alpha_{табл}| / \alpha_{табл}) \cdot 100\%$.

Контрольные вопросы

1. Опишите механизм возникновения поверхностного натяжения жидкостей.
2. От чего зависит и как направлена сила поверхностного натяжения?
3. В чем заключается физический смысл коэффициента поверхностного натяжения?
4. Выведите рабочую формулу для определения коэффициента поверхностного натяжения жидкости методом газовых пузырьков.
5. Опишите порядок проведения работы.

Внутреннее трение в жидкостях

Теоретические замечания

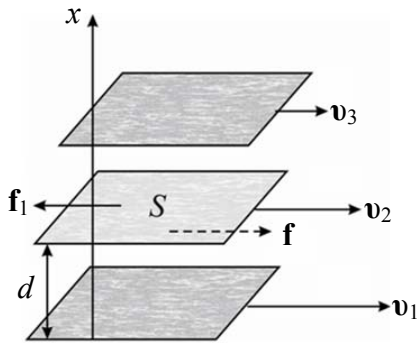


Рис. 1

Во всех реальных жидкостях существует так называемое **внутреннее трение** (или **вязкость**), относящееся к явлениям переноса. Оно проявляется в том, что движение в жидкости со временем прекращается, если прекращается воздействие на жидкость, которое и вызывало это движение. Если мысленно разделить движущуюся жидкость на слои, то каждый из слоев будет иметь свою собственную постоянную скорость. При этом на слои будут действовать силы внутреннего трения (рис. 1). Эти силы

направлены по касательной к поверхности слоев.

Сила внутреннего трения f тем больше, чем больше площадь S соприкасающихся поверхностей и скорость и чем меньше расстояние между слоями d :

$$f \sim \frac{v_0}{d} S.$$

Скорость частиц жидкости в разных слоях изменяется в направлении x , перпендикулярном к направлению движения слоев, по закону:

$$\left| \frac{dv}{dx} \right| = \frac{v_0}{d},$$

где $\frac{dv}{dx}$ – градиент скорости, т. е. изменение скорости на единицу длины в направлении, нормальном к потоку, при переходе от слоя к слою:

$$|\mathbf{f}| \sim S \frac{dv}{dx}. \tag{1}$$

Для того чтобы поставить знак равенства между правой и левой частями выражения (1), необходимо ввести коэффициент пропорциональности η , который получил название «коэффициент внутреннего трения жидкости»:

$$|\mathbf{f}| = \eta S \frac{dv}{dx}. \tag{2}$$

Из выражения (2) следует

$$\eta = \frac{|f|}{S \frac{dv}{dx}}. \quad (3)$$

Коэффициент внутреннего трения является одной из основных физических характеристик жидкости, которая показывает, как сильно данная жидкость отличается от идеальной.

Используя выражение (3), можно определить коэффициент внутреннего трения как силу внутреннего трения, приходящуюся на единицу площади при градиенте скорости, равном единице.

С другой стороны, каждая молекула жидкости участвует как в упорядоченном движении слоя, так и в тепловом (хаотическом) движении. Переходя из слоя в слой, она переносит с собой тот импульс, который имела в слое. Кроме того, происходит и передача импульса за счет ряда последовательных хаотичных соударений молекул друг с другом. Таким образом, при стационарном (установившемся) движении должен существовать общий поток импульса, направленный из слоя с большей скоростью в слой с меньшей скоростью.

Импульс dK , переносимый через поверхность S раздела слоев, движущихся с различной скоростью, пропорционален площади S , градиенту скорости $\frac{dv}{dx}$ и времени $d\tau$, то есть

$$dK = \eta \frac{dv}{dx} S \cdot d\tau. \quad (4)$$

Отсюда коэффициент внутреннего трения можно определить как **физическую величину, численно равную импульсу, который переносится в единицу времени через единичную площадку при градиенте скорости, равном единице**. В самом деле, если в выражении (4) $S = 1$, $d\tau = 1$, $\frac{dv}{dx} = 1$, то $dK = 1$.

В системе СГС $[\eta] = \text{г}/(\text{см}\cdot\text{с})$ эта величина получила наименование Пуаз (пз). В Международной системе единиц (СИ) $[\eta] = \text{Па}\cdot\text{с}$.

При ламинарном течении жидкости в цилиндрической трубке под действием некоторого давления количество жидкости, протекающей через заданный отрезок трубки, можно подсчитать по формуле, предложенной Пуазейлем. Для вывода этой формулы применим соотношение (2) к жидкости, текущей в цилиндрической трубке.

Жидкость, прилегающая к стенкам трубки, неподвижна, в остальной же массе жидкости скорость непрерывно увеличивается от стенок к центру, где скорость v_0 максимальна (рис. 2). Из условий симметрии ясно, что скорость должна быть одинаковой в слоях, имеющих вид полых цилиндров с общей осью, совпадающей с осью трубки (рис. 3).

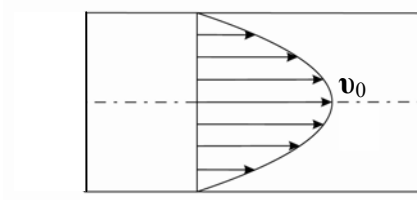


Рис. 2

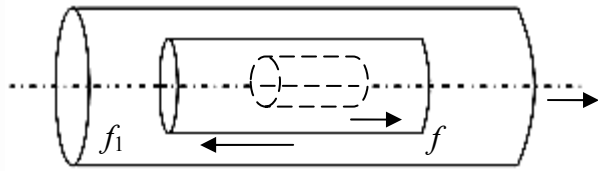


Рис. 3

Очевидно, что на любой из выделенных таким образом движущихся слоев жидкости действуют одновременно две силы: одна f – со стороны слоя, внутреннего по отношению к рассматриваемому, стремится ускорить его движение, другая – f_1 , действующая со стороны внешнего слоя, стремится замедлить его движение.

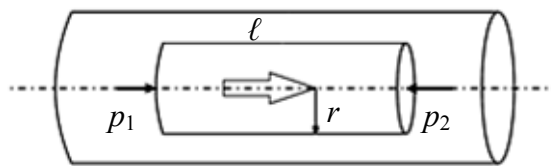


Рис. 4

Выделим мысленно цилиндрический объем жидкости радиуса r длины ℓ (рис. 4). Поверхность цилиндрического слоя $S = 2\pi r\ell$. На боковую поверхность выделенного цилиндра действует сила внутреннего трения

$$f = \eta \cdot \left| \frac{dv}{dr} \right| \cdot 2\pi r\ell. \quad (5)$$

На основания этого цилиндра действуют силы давления, алгебраическая сумма которых равна $f_d = (p_1 - p_2)\pi r^2$.

Течение жидкости носит стационарный характер, т. е. ускорение равно нулю, так как сила внутреннего трения f уравновешивает силу давления f_d , поэтому

$$\eta \cdot \left| \frac{dv}{dr} \right| \cdot 2\pi r\ell = (p_1 - p_2) \cdot \pi r^2. \quad (6)$$

Скорость v уменьшается от оси трубы к ее стенкам, поэтому $\frac{dv}{dr} < 0$.

Тогда (6) можно переписать:

$$-dv = \frac{p_1 - p_2}{2\eta\ell} r \cdot dr.$$

Интегрируем полученное выражение с учетом того, что у стенок трубки ($r = R$) скорость движения слоя $v = 0$:

$$-\int_v^0 dv = \frac{p_1 - p_2}{2\eta\ell} \int_r^R r dr.$$

В результате получим:

$$v = \frac{p_1 - p_2}{4\eta\ell} (R^2 - r^2). \quad (7)$$

Зависимость $v(r)$ можно представить в виде диаграммы (см. рис. 2), где $v_0 = \frac{p_1 - p_2}{4\eta\ell} R^2$.

Теперь найдем объем жидкости, протекающий через поперечное сечение трубы за единицу времени ($\text{м}^3/\text{с}$). Объем жидкости, ежесекундно протекающий через элементарное кольцо, ограниченное радиусами $(r, r + dr)$, можно рассчитать по формуле $dV = v \cdot 2\pi r \cdot dr$. Подставив сюда выражение $v(r)$ из (7) и проинтегрировав по r , найдем объем жидкости, протекающий через поперечное сечение трубы за некоторое время τ :

$$V = \frac{p_1 - p_2}{8\eta\ell} \pi R^4 \tau. \quad (8)$$

Формула (8) Пуазейля позволяет вычислять объем жидкости, протекающий внутри цилиндрической трубки.

Задание № 1

Определение коэффициента внутреннего трения жидкости методом Стокса

Вывод рабочей формулы

Особенностью метода Стокса при определении коэффициента внутреннего трения жидкости является то, что в ней движется тело небольших размеров. В результате движения тела слои жидкости тоже приходят в движение. При этом их скорости различны. Слой, прилегающий к телу, увлекает соседний, который будет двигаться с меньшей скоростью. Между слоями возникают силы трения, которые препятствуют движению тела. Если в жидкости движется шарик небольших размеров, то по закону, установленному Стоксом, при малых скоростях шарика эта сила выражается формулой

$$F_{\text{тр}} = 6\pi r_{\text{ш}} \eta v, \quad (9)$$

где $r_{\text{ш}}$ – радиус шарика; η – коэффициент трения жидкости; v – скорость движения шарика.

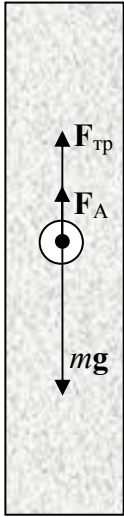


Рис. 5

Движение шарика в вязкой жидкости происходит под действием трёх сил: тяжести mg , направленной вниз, выталкивающей (силы Архимеда) F_A и сопротивления $F_{тр}$, направленных вверх (рис. 5).

Величина силы $F_{тр}$ определяется соотношением (9), силы mg и F_A равны соответственно $mg = \rho_1 Vg$, $F_A = \rho_2 Vg$, где ρ_1 – плотность шарика, ρ_2 – плотность жидкости, V – объём шарика.

Так как все силы направлены вдоль одной прямой, уравнение движения шарика можно записать в скалярной форме:

$$mg - F_A - F_{тр} = m \frac{dv}{dt}.$$

Вначале шарик движется с некоторым ускорением, и его скорость растёт. Но так как $F_{тр} \sim v$, то с увеличением скорости растёт и $F_{тр}$. Наступает момент, когда векторная сумма сил тяжести и Архимеда становится по модулю равной силе внутреннего трения. В результате движение шарика будет носить равномерный характер, т. е. $v = const$ и $\frac{dv}{dt} = 0$. Тогда уравнение движения примет вид

$$mg - F_A - F_{тр} = 0 \tag{10}$$

или

$$\rho_1 Vg - \rho_2 Vg - 6\pi r_{ш} \eta v = 0. \tag{11}$$

Из уравнения (11) можно определить $\eta = \frac{Vg(\rho_1 - \rho_2)}{6\pi r_{ш} v}$. Принимая во внимание, что $V = \frac{4}{3}\pi r_{ш}^3$, запишем коэффициент внутреннего трения в следующем виде:

$$\eta = \frac{2}{9} r_{ш}^2 g \frac{\rho_1 - \rho_2}{v}.$$

Так как в условиях лаборатории невозможно воспроизвести безгранично протяжённую среду, то нужно учитывать влияние стенок сосуда, в котором падает шарик. Тогда формула для определения η примет вид:

$$\eta = \frac{2}{9} r_{ш}^2 g \frac{\rho_1 - \rho_2}{v \left(1 + 2,4 \frac{r_{ш}^2}{R} \right)}, \tag{12}$$

где R – радиус сосуда.

Оборудование

Установка для определения коэффициента внутреннего трения жидкости методом Стокса (рис. 6), исследуемая жидкость, свинцовые шарики диаметром 0,3–1 мм, секундомер, микроскоп.

Описание установки

Установка (см. рис. 6) состоит из двух стеклянных цилиндров. Цилиндр меньшего диаметра с исследуемой жидкостью помещен во второй цилиндр, заполненный водой для поддержания во время опыта постоянной температуры.



Рис. 6

Порядок выполнения работы

1. Измерить диаметр пяти шариков с помощью микроскопа в двух взаимно перпендикулярных направлениях (d_1 , d_2). Вычислить среднее значение диаметра $d_{\text{ср}}$: сначала в делениях сетки микроскопа, а затем в миллиметрах. Результаты измерений занести в табл. 1.

Таблица 1

№ шарика	d_1 , делений	d_2 , делений	$d_{\text{ср}}$, делений	Цена деления микроскопа, см	d , см	$r_{\text{ш}}$, см	$\Delta r_{\text{ш}}$, см
1							
2							
3							
4							
5							

Если производить все измерения и расчеты, пользуясь Международной системой единиц (СИ), то результаты следует записать в табл. 2.

Таблица 2

№ шарика	d_1 , делений	d_2 , делений	$d_{\text{ср}}$, делений	Цена деления микроскопа, м	d , м	$r_{\text{ш}}$, м	$\Delta r_{\text{ш}}$, м
1							
2							
3							
4							
5							

2. Измерить диаметр цилиндра с исследуемой жидкостью.

3. Опустить шарик в исследуемую жидкость как можно ближе к оси цилиндра. При прохождении шариком уровня приблизительно 8–10 см отметить точно деление ℓ_1 на шкале и одновременно включить секундомер. Начиная с этого момента движение шарика можно считать равномерным. При прохождении шариком примерно 40–45-го деления выключить секундомер и точно отметить это деление ℓ_2 на шкале (на этом уровне предположительно заканчивается равномерное движение шарика). Результаты измерений занести в табл. 3.

Таблица 3

№ шарика	$r_{ш}$, см	ℓ_1 , см	ℓ_2 , см	$\ell_2 - \ell_1$, см	τ , с	v , см/с	η , пз	$\bar{\eta}$, пз	$\Delta\eta$, пз	$\overline{\Delta\eta}$, пз
1										
2										
3										
4										
5										

Если производить все измерения и расчеты, пользуясь Международной системой единиц (СИ), то результаты следует записать в табл. 4.

Таблица 4

№ шарика	$r_{ш}$, м	ℓ_1 , м	ℓ_2 , м	$\ell_2 - \ell_1$, м	τ , с	v , м/с	η , Па·с	$\bar{\eta}$, Па·с	$\Delta\eta$, Па·с	$\overline{\Delta\eta}$, Па·с
1										
2										
3										
4										
5										

4. Повторить п. 3 для каждого шарика.

5. По данным табл. 3 или табл. 4 вычислить скорости шариков, коэффициент внутреннего трения η (12) исследуемой жидкости для каждого шарика, среднее значение коэффициента внутреннего трения $\bar{\eta}$, абсолютные погрешности $\Delta\eta$ и среднее значение абсолютной погрешности $\overline{\Delta\eta}$. Занести полученные данные в табл. 3 или табл. 4. (Значения ρ_1, ρ_2 для расчетов взять из табл. П2 приложения.)

6. Записать полученный результат в виде $\bar{\eta} \pm \overline{\Delta\eta}$ и вычислить относительную погрешность измерений по формуле $\delta = (\overline{\Delta\eta} / \bar{\eta}) \cdot 100\%$.

7. Сравнить полученное значение коэффициента внутреннего трения $\bar{\eta}$ с табличным значением (табл. П2 приложения). Расхождение значений оценить по формуле $(|\bar{\eta} - \eta_{\text{табл}}| / \eta_{\text{табл}}) \cdot 100\%$.

Контрольные вопросы

1. Как возникает внутреннее трение в жидкостях?
2. От чего зависит сила внутреннего трения?
3. В чем заключается физический смысл коэффициента внутреннего трения?
4. Выведите закон Пуазейля и объясните границы его применимости.
5. Выведите формулу для определения коэффициента внутреннего трения методом Стокса.
6. Какая величина в рабочей формуле будет сильнее всего влиять на точность определения коэффициента внутреннего трения?
7. Опишите установку и порядок проведения эксперимента.

Задание № 2

Определение коэффициента внутреннего трения жидкости с помощью капиллярного вискозиметра

Вывод рабочей формулы

При определении коэффициента внутреннего трения жидкости с помощью капиллярного вискозиметра применяется сравнительный метод, т. е. нахождение его путем сравнения с коэффициентом внутреннего трения некоторой жидкости, принятой за эталонную (в большинстве случаев в качестве эталонной жидкости используется дистиллированная вода, коэффициент внутреннего трения которой хорошо известен).

Для вывода рабочей формулы воспользуемся законом Пуазейля.

Пусть за время τ_0 под давлением P_0 через капиллярную трубку длиной ℓ и радиусом r протекает эталонная жидкость объемом V_0 , определяемым формулой Пуазейля (8), а за время τ_x под давлением P_x через ту же трубку протекает объем V_x жидкости, вязкость которой η_x требуется определить. Тогда

$$\eta_0 = \frac{\pi r^4}{8V_0 \ell} P_0 \tau_0, \quad (13)$$

$$\eta_x = \frac{\pi r^4}{8V_x \ell} P_x \tau_x. \quad (14)$$

В опыте давление создается весом столба жидкости, и поэтому величины P_0 и P_x могут быть определены равенствами

$$P_0 = \rho_0 g h_0,$$

$$P_x = \rho_x g h_x,$$

где h_0 и ρ_0 – высота столба и плотность эталонной жидкости, а h_x и ρ_x – высота столба и плотность исследуемой жидкости. Подставив эти выражения для P_0 и P_x в (13) и (14) соответственно и поделив (13) на (14) почленно, получим:

$$\frac{\eta_0}{\eta_x} = \frac{h_0 \rho_0 \tau_0 V_x}{h_x \rho_x \tau_x V_0}.$$

В предположении, что $V_0 = V_x$ и $h_0 = h_x$,

$$\frac{\eta_x}{\eta_0} = \frac{\rho_x \tau_x}{\rho_0 \tau_0},$$

откуда

$$\eta_x = \eta_0 \frac{\rho_x \tau_x}{\rho_0 \tau_0}. \quad (15)$$

Таким образом, опыт сводится к измерению времени протекания равных объемов эталонной и исследуемой жидкостей через один и тот же капилляр.

Оборудование

Капиллярный вискозиметр (рис. 7), помещенный в емкость A с водой для поддержания во время опыта постоянной температуры, стаканчик с эталонной жидкостью, стаканчик с исследуемой жидкостью, термометр, секундомер.

Описание установки

Капиллярный вискозиметр выполнен из стекла. Он состоит из трубки, содержащей в себе капилляр и заканчивающейся загнутой под углом трубкой с двумя сферами C . Снизу к капиллярной трубке припаяна U -образная широкая трубка a , имеющая расширение B .

Для заполнения вискозиметра жидкость заливается в трубку a до уровня n (на 1–2 мм выше середины расширения B). Тогда при истечении жидкости из сфер C от уровня m до уровня K высота столба в правом колене будет меняться незначительно и можно считать, что движение жидкости обусловлено только силой давления ее столба.

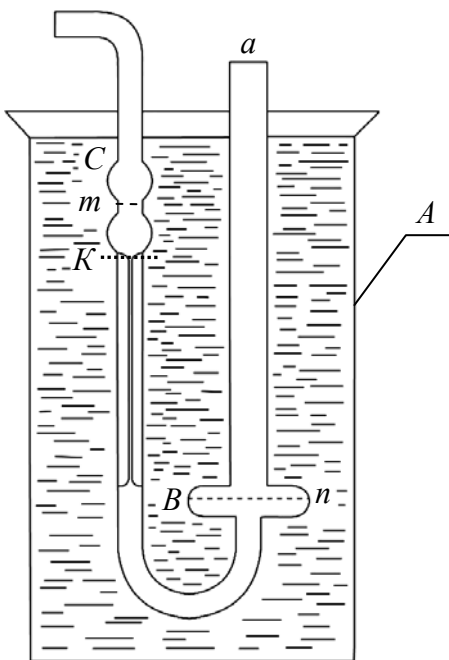


Рис. 7

Порядок выполнения работы¹

1. Вынуть вискозиметр из емкости *A* и залить в трубку *a* эталонную жидкость до уровня *n* (см. рис. 7).

2. Вернуть заполненный вискозиметр в исходное положение, закрепить и оставить на 10–15 минут, чтобы жидкость приняла температуру водяной ванны.

3. Измерить с помощью термометра температуру воды, опустив его в емкость *A*.

4. Всасыванием через резиновую трубку добиться подъема жидкости на 1–2 мм выше перемычки (уровень *m*) между сферами вискозиметра (см. рис. 7). При достижении указанного уровня всасывание прекратить. Жидкость начнет опускаться.

5. Включить секундомер в момент прохождения жидкостью уровня *m* и измерить время τ_0 , в течение которого жидкость пройдет уровень *K*. Результаты занести в табл. 5.

Таблица 5

№ опыта	τ_0 , с	$\overline{\tau_0}$, с	$\Delta\tau_0$, с	$\overline{\Delta\tau_0}$, с	τ_x , с	$\overline{\tau_x}$, с	$\Delta\tau_x$, с	$\overline{\Delta\tau_x}$, с	η_x , ПЗ	$\overline{\eta_x}$, ПЗ	$\Delta\eta_x$, ПЗ	$\overline{\Delta\eta_x}$, ПЗ
1												
2												
3												
4												
5												

Если производить все измерения и расчеты, пользуясь Международной системой единиц (СИ), то результаты следует записать в табл. 6.

Таблица 6

№ опыта	τ_0 , с	$\overline{\tau_0}$, с	$\Delta\tau_0$, с	$\overline{\Delta\tau_0}$, с	τ_x , с	$\overline{\tau_x}$, с	$\Delta\tau_x$, с	$\overline{\Delta\tau_x}$, с	η_x , Па·с	$\overline{\eta_x}$, Па·с	$\Delta\eta_x$, Па·с	$\overline{\Delta\eta_x}$, Па·с
1												
2												
3												
4												
5												

6. Повторить пп. 4, 5 не менее 5 раз.

7. Вынуть вискозиметр и слить эталонную жидкость в стаканчик.

¹ Во время проведения эксперимента необходимо следить за тем, чтобы каждый раз при заполнении вискозиметра наливать жидкость и засасывать ее строго до соответствующих уровней.

8. Залить в вискозиметр исследуемую жидкость и несколько раз прогнать ее через капилляр (отмыть остатки предыдущей жидкости для чистоты эксперимента) и слить в стаканчик.

9. Залить в вискозиметр исследуемую жидкость.

10. Вернуть заполненный вискозиметр в исходное положение, закрепить и оставить на 10–15 минут, чтобы жидкость приняла температуру водяной ванны.

11. Повторить пп. 4, 5 не менее 5 раз и записать в табл. 5 или табл. 6 значения τ_x .

12. Вынуть вискозиметр и слить исследуемую жидкость в стаканчик.

13. Вычислить по формуле (15) коэффициенты внутреннего трения η_x исследуемой жидкости, среднее значение коэффициента внутреннего трения $\overline{\eta_x}$, абсолютные погрешности измерений $\Delta\eta_x$, среднее значение абсолютной погрешности измерений $\overline{\Delta\eta_x}$.

14. Записать полученный результат в виде $\overline{\eta} \pm \overline{\Delta\eta}$ и вычислить относительную погрешность измерений по формуле $\delta = (\overline{\Delta\eta} / \overline{\eta}) \cdot 100\%$.

15. Рассчитать максимальную относительную погрешность метода измерений по формуле

$$\delta_{\max} = \left(\frac{\Delta\tau_0}{\tau_0} + \frac{\Delta\tau_x}{\tau_x} + \frac{\Delta\eta_0}{\eta_0} + \frac{\Delta\rho_0}{\rho_0} + \frac{\Delta\rho_x}{\rho_x} \right) \cdot 100\%.$$

Значения τ_x , τ_0 , а также погрешности $\Delta\tau_x$, $\Delta\tau_0$ определяются из эксперимента как $\overline{\tau_x}$, $\overline{\tau_0}$, $\overline{\Delta\tau_x}$, $\overline{\Delta\tau_0}$ соответственно, а $\Delta\eta_0$, $\Delta\rho_x$, $\Delta\rho_0$ – как 0,5 от последнего разряда значений величин η_0 , ρ_x , ρ_0 соответственно (см. табл. П2 приложения).

Например: $\rho_0 = 998,2 \text{ кг/м}^3$, тогда $\Delta\rho_0 = 0,5 \times 0,1 = 0,05 \text{ кг/м}^3$.

16. Убедиться, что относительная погрешность измерений δ не превышает максимальную относительную погрешность δ_{\max} .

17. Сравнить полученное значение коэффициента внутреннего трения с его табличным значением. Расхождение значений оценить с помощью формулы $((\overline{\eta} - \eta_{\text{табл}}) / \eta_{\text{табл}}) \cdot 100\%$.

Контрольные вопросы

1. Как возникает внутреннее трение в жидкостях?
2. От чего зависит сила внутреннего трения?
3. В чем заключается физический смысл коэффициента внутреннего трения?
4. Выведите закон Пуазейля и объясните границы его применимости.
5. Выведите формулу для определения коэффициента внутреннего трения с помощью капиллярного вискозиметра.
6. Какая величина в рабочей формуле будет сильнее всего влиять на точность определения коэффициента внутреннего трения?
7. Опишите установку и порядок проведения эксперимента.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ

Теоретические замечания

Макроскопические системы и два способа их описания

Под макроскопическими системами (макросистемами) понимается любое тело в твердом, жидком или газообразном состоянии (плазма, электронный газ, излучение в полости), состоящее из колоссального количества структурных элементов – атомов или молекул. *Существуют два способа описания свойств макросистем – термодинамический и статистический.* Соответствующие этим способам науки называются соответственно термодинамика и статистическая физика (или молекулярная физика).

Термодинамика явилась исторически первой наукой, на основе которой стало возможно систематическое изучение макросвойств и процессов для произвольных систем с числом частиц $N \gg 1$. В частности, к макросвойствам относятся давление p , объем V и температура T . Предмет изучения термодинамики и статистической физики один и тот же (физико-химические свойства материальных систем), но методы их исследования различны.

При термодинамическом подходе о макросвойствах системы судят на основе обобщений экспериментальных исследований взаимного превращения теплоты и работы. Путем аналитического обобщения опытов сформулированы три закона термодинамики, которые составляют ее фундамент. На основе этих законов проводятся многочисленные исследования макросвойств и процессов произвольных систем с числом частиц $N \gg 1$. Такой метод исследования известен как феноменологический. Феноменологический метод, будучи весьма простым, позволяет получать всегда правильные результаты. В то же время ввиду того, что при феноменологическом подходе полностью игнорируется молекулярное строение вещества, выводы, полученные в этих рамках, не позволяют глубоко вскрыть природу изучаемых явлений. Оставаясь в рамках термодинамики, невозможно обосновать законы термодинамики (дифференциальную связь между макросвойствами). Это свидетельствует об ограниченных возможностях феноменологического подхода.

Статистический метод с самого начала исходит из связи между свойствами частиц макросистемы, опираясь на их модели. В самом деле, свойства макросистем (физические, химические) не могут зависеть ни от чего иного, кроме как от свойств самих частиц, из которых она состоит, и внешних условий, в которых находится эта система.

Итак, система состоит из многочисленных частиц, число которых $N \gg 1$. Можно ли рассчитать свойства системы, используя чисто механический подход к решению задачи, а именно оценить свойства системы по

данным о скоростях, координатах частиц, которые могут быть получены путем решения уравнений движения?

Уравнения движения для N частиц имеют вид

$$m_i \frac{d^2 r_i}{dt^2} = \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq i}}^N f_k,$$

где m_i и r_i – масса и координата i -частицы; $\sum_{\substack{k=1, \\ k \neq i}}^N f_k$ – сила, действующая на

i -частицу со стороны остальных частиц системы.

Решая эти уравнения механики, определим зависимость скорости v_i от времени t . Но такой механический подход к описанию макросвойств системы с большим числом частиц является не только чрезвычайно трудоемким, но и принципиально непригодным, так как даже в случае невзаимодействующих частиц для решения уравнений движения необходимо знание начальных условий для каждой частицы, а это невозможно из-за огромного их числа. При столкновении частиц начальные условия будут все время меняться, что еще более усложнит задачу. Поэтому должны появиться качественно новые закономерности, не сводящиеся к классическим механическим. Эти новые закономерности называют статистическими, и они присущи любым макросистемам с числом частиц $N \gg 1$.

В основе статистического метода лежат молекулярно-кинетические представления. Он основывается на свойствах частиц, из которых состоит макросистема, на особенностях их движения и взаимодействия между собой и с окружающими телами. На основе таких молекулярно-кинетических представлений становится возможной глубокая интерпретация физико-химических свойств и процессов в макроскопической системе. Статистические закономерности изучаются математической статистикой на основе теории вероятностей.

Некоторые сведения из теории вероятностей

Событиями или случаями в теории вероятностей называют всякие явления, относительно которых имеет смысл ставить вопрос, могут они происходить или нет. Опыт или совокупность условий, в результате которых появляется то или иное событие, в теории вероятностей называется испытанием.

Если при данных условиях событие обязательно произойдет, то оно называется достоверным. Если же оно произойти не может, то его называют невозможным. Например, если начертить треугольник, то событие, состоящее в том, что получится треугольник, у которого каждая сторона короче суммы двух других сторон, есть достоверное событие. Появление тре-

угольника, у которого одна из сторон длиннее суммы двух других, есть также событие, хотя и невозможное в Евклидовом пространстве.

Событие называется случайным, если в результате испытания оно может как произойти, так и не произойти. Например, при игре в орлянку может выпасть либо орел, либо решка. Это случайные события.

Пусть имеется некоторая макроскопическая система, находящаяся в заданном состоянии. Предположим, что какая-то характерная для системы величина x может иметь дискретные значения $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_s$.

Осуществим над системой очень большое число N измерений величины x , приводя систему перед каждым измерением в одно и то же исходное состояние. Вместо того чтобы производить повторные измерения над одной и той же системой, можно взять N одинаковых систем, находящихся в одном и том же состоянии, и осуществить однократное измерение величины x у всех этих систем. Такой набор одинаковых систем, находящихся в одинаковом состоянии, называется статистическим ансамблем.

Допустим, что N_1 измерений дали результат x_1 , N_2 измерений – результат x_2 , ..., N_i измерений – результат x_i и т. д. ($\sum N_i = N$ – число систем в ансамбле). Величина $v_i = N_i / N$ именуется относительной частотой появления результата x_i , а предел этой величины, получающийся при стремлении N к бесконечности,

$$P_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_i}{N} = \lim_{N \rightarrow \infty} v_i \quad (1)$$

называется вероятностью появления результата x_i . Для упрощения формул будем писать выражение для вероятности в виде N_i / N , подразумевая, что производится предельный переход при $N \rightarrow \infty$.

Поскольку $\sum N_i = N$, то $\sum P_i = \sum \frac{N_i}{N} = 1$, т. е. сумма вероятностей всех возможных результатов измерения равна единице.

Существует еще одна интерпретация вероятности, применяющаяся в физике, аналогичная (1). Поясним ее на простейшем примере. Пусть в закрытом сосуде имеется одна молекула. Сталкиваясь со стенками, молекула претерпевает беспорядочные отражения от них, следующие друг за другом. При этом она побывает в различных местах сосуда. Выделим мысленно в сосуде какой-либо элементарный неподвижный объем dV и будем наблюдать за молекулой в течение длительного времени T . В объеме dV молекула побывает неоднократно, обозначим через dt полное время пребывания молекулы в объеме dV . Отношение dt / T называется относительным временем пребывания молекулы в объеме dV . Предел этого отношения

$$dP = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{dt}{T} \quad (2)$$

и есть вероятность нахождения молекулы в объеме dV .

Если рассматривать большое количество молекул в сосуде ($N \gg 1$), то выражение (2) можно трактовать как вероятность того, что макросистема в произвольный момент времени находится в одном из микросостояний, в котором частицы имеют координаты $x_i + dx_i, y_i + dy_i, z_i + dz_i$ и импульсы $p_{x_i} + dp_{x_i}, p_{y_i} + dp_{y_i}, p_{z_i} + dp_{z_i}$, при этом давление, температура и объем системы не меняются.

Очевидно, что чем большим выбран элементарный объем dV , тем больше будет вероятность обнаружить в нем молекулу: $dP \sim dV$.

Введем коэффициент пропорциональности ρ – функцию координат x_i, y_i, z_i и импульсов $p_{x_i}, p_{y_i}, p_{z_i}$ частиц. Тогда

$$dP = \rho(x_i, y_i, z_i, p_{x_i}, p_{y_i}, p_{z_i}) dV. \quad (3)$$

Функция $\rho(x, p)$ имеет смысл плотности вероятности и называется функцией статистического распределения или просто функцией распределения.

Знание явного вида функции распределения ρ необходимо, когда случайные величины могут принимать непрерывный ряд значений. С помощью функции распределения можно рассчитать любые средние свойства макросистем, например, среднее значение скорости частиц, число молекул, величина скорости и энергия которых попадают в определенные интервалы.

Явный вид функции ρ зависит от моделей, на основе которых описывается поведение частиц системы.

Примерами функций распределения являются распределение газовых молекул по скоростям Максвелла и распределение частиц по энергии в поле силы тяжести Больцмана. Функция распределения подчиняется условию нормировки $\int_V \rho dV = 1$, определяющему вероятность достоверного события.

Важными понятиями в теории вероятностей и ее приложениях являются понятия среднего значения и математического ожидания. Разъясним эти понятия на конкретном примере. Пусть произведено N однотипных измерений одной и той же величины a при неизменных условиях. Пусть в n_1 случаях измеренное значение величины a оказалось равным a_1 , в n_2 случаях – a_2 , в n_m случаях – a_m ($n_1 + n_2 + \dots + n_m = N$). Среднее значение измеряемой величины определяется выражением

$$\bar{a} = \frac{n_1 a_1 + n_2 a_2 + \dots + n_m a_m}{N} = v_1 a_1 + \dots + v_m a_m. \quad (4)$$

Допустим для простоты, что никаких других результатов, кроме a_1, a_2, \dots, a_m при измерениях появиться не может, так что эти результаты являются единственно возможными и несовместимыми. Тогда если неогра-

ниченно увеличивать число измерений N , то частоты $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_m$ перейдут в свои предельные значения P_1, P_2, \dots, P_m – вероятности появления при измерениях значений a_1, a_2, \dots, a_m . Выражение (4) при этом будет иметь вид

$$M(a) = P_1 a_1 + P_2 a_2 + \dots + P_m a_m, \quad (5)$$

где $M(a)$ называется *математическим ожиданием величины a* .

Истинное значение измеряемой величины a , как правило, определить невозможно, так как измерения, сколь бы точны они ни были, сопровождаются ошибками. Исключения имеют место только при счете конечного числа предметов. Например, абсолютно точно можно сосчитать количество мест в зрительном зале или количество монет в копилке. Систематические ошибки могут быть исключены путем тщательного изучения приборов и методов измерения. Но случайные ошибки всегда остаются. Влияние их уменьшают путем многократного повторения измерений. Идеальной целью, к которой следовало бы стремиться на этом пути, является нахождение математического ожидания измеряемой величины. Оно и представляло бы окончательный результат измерения, выдаваемый экспериментатором за истинное значение измеряемой величины. Но нахождение математического ожидания требовало бы бесконечного повторения измерений, а потому на практике вместо него приходится довольствоваться средним значением, полученным в результате как можно большего числа измерений.

Нормальный закон распределения

Наиболее распространенным в природе законом распределения случайных величин является закон нормального распределения (закон Гаусса). Например, нормальному закону следует распределение случайных ошибок при измерении любой физической величины, отклонение пуль при стрельбе по мишени вдоль любого направления от её центра, распределение газовых молекул по скоростям вдоль какого-либо направления. Кроме этого, многие другие распределения в предельных случаях приобретают структуру нормального закона. Простота нормального закона обеспечивает ему широкое применение, в том числе там, где лучшее приближение к истинному распределению оказывается возможным, но чрезвычайно трудоемким. Распределение Гаусса имеет место в том случае, если случайная величина зависит от большого числа независимых факторов, могущих вносить с равной вероятностью положительные и отрицательные отклонения вне зависимости от природы этих случайных факторов. Если влияние каждого из них невелико по сравнению с влиянием всей суммы, то закон распределения называется близким к нормальному.

Нормальный закон распределения характеризуется плотностью вероятности вида

$$\rho(x, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, \quad (6)$$

где σ – параметр распределения, называемый стандартным отклонением величины x .

Кривая, иллюстрирующая зависимость плотности вероятности от аргумента в случае нормального распределения, называется кривой Гаусса. Она имеет симметричный холмообразный вид. Кривые нормального распределения при различных значениях стандартного отклонения ($\sigma_2 > \sigma_1$) представлены на рис. 1. Заштрихованная область иллюстрирует вероятность случайной величины x принять значение в интервале между x_0 и $x_0 + \Delta x$.

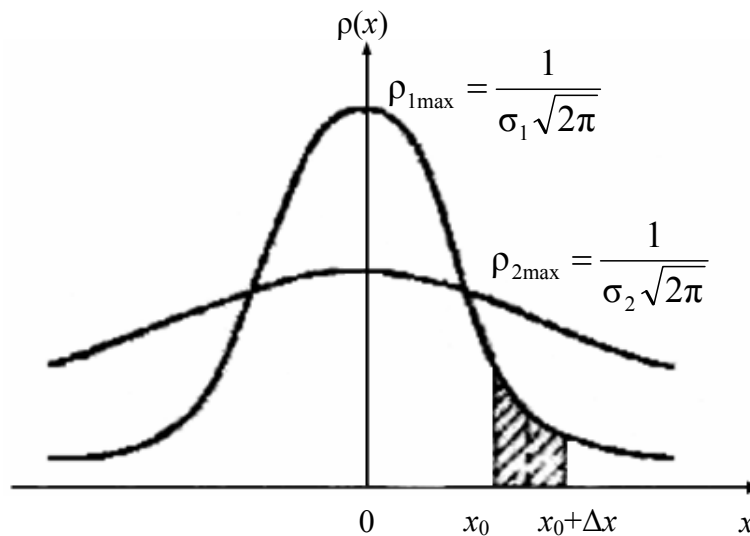


Рис. 1

Элементарными средствами анализа можно выяснить, что вся кривая расположена по одну сторону от оси абсцисс и симметрична относительно центра распределения ($x = 0$); при этом ось абсцисс является асимптотой кривой, а кривая имеет максимум, равный $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ в центре распределения и две точки перегиба при $x = \pm \sigma$. Из такого вида кривой нормального закона распределения следуют его основные свойства. Перечислим их.

1. Нормальный закон симметричен, то есть равновеликие положительные и отрицательные отклонения величины x от нулевого значения равновероятны.

2. Нормальный закон предписывает определённую вероятность любому отклонению величину x от нулевого значения. Заранее исключенных случаев не имеется, так как $\rho(x, \sigma) > 0$ для любого $|x| < \infty$.

3. Нормальный закон указывает на одно определённое наивероятнейшее значение $x = 0$. Можно показать, что это значение отклонения есть математическое ожидание величины x . Для непрерывно распределенной величины x формула (5) для математического ожидания будет иметь вид

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x\rho(x, \sigma)dx. \quad (7)$$

Для случая нормального закона вследствие симметрии $\rho(x, \sigma)$ и нечетности сомножителя в подынтегральной функции получим математическое ожидание

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x\rho(x, \sigma)dx = \int_0^{\infty} x\rho(x, \sigma)dx + \int_{-\infty}^0 x\rho(x, \sigma)dx = 0. \quad (8)$$

Величина разброса возможных значений x относительно их среднего значения, равная, в свою очередь, $x - \bar{x} = x$ (т. е. самой себе), может быть охарактеризована с помощью параметров, называемых дисперсией и стандартным отклонением. Для уяснения необходимости введения этих параметров отметим, что среднее значение \bar{x} самой величины x не может являться таким параметром, так как в среднем оно одинаково часто принимает как положительные, так и отрицательные значения. Поэтому, согласно свойству 3 нормального закона распределения, среднее значение разброса (математическое ожидание) величины x равно 0, т. е. числу, не характеризующему величину разброса. Однако квадрат величины разброса возможных значений x относительно среднего значения \bar{x} не может быть отрицательным. Его среднее значение, найденное по аналогии с (7), равно

$$D(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 \rho(x, \sigma)dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \quad (9)$$

и называется дисперсией величины x . Вычисление последнего интеграла дает величину σ^2 . Таким образом, дисперсия величины x , распределенной по нормальному закону, выражается формулой

$$D(x) = \sigma^2. \quad (10)$$

Символическое обозначение $D(x)$ в данном случае означает не функциональную зависимость дисперсии от величины x , а её принадлежность к этой случайной величине. По характеру её определения дисперсия не может быть отрицательной, при этом она равна нулю только в случае, если все возможные значения x равны 0. Значение дисперсии тем больше, чем больше вероятность получить значения x , заметно отличающиеся от среднего. Дисперсия имеет размерность квадрата величины x .

Линейной мерой разброса возможных значений x является квадратный корень из дисперсии. Для нормального закона $\sqrt{D(x)} = \sqrt{\sigma^2} = \sigma$ – стандартное отклонение величины x . Смысл этой величины заключается в том, что большая часть возможных значений x заключена в интервале $[-\sigma, \sigma]$, принадлежащем оси x (ось абсцисс на рис. 1).

Таким образом, дисперсия и стандартное отклонение являются удобной мерой разброса случайной величины относительно ее среднего значения.

Структура формулы, выражающей плотность вероятности, удовлетворяет условию нормировки, то есть

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, \sigma) dx = 1. \quad (11)$$

Смысл нормировки заключается в том, что вероятность аргумента функции распределения принять одно из значений в интервале $(-\infty < x < \infty)$ равна единице. Такое событие в теории вероятности называется достоверным, то есть происходит обязательно.

Оборудование

Доска Гальтона (рис. 2), сыпучий материал.

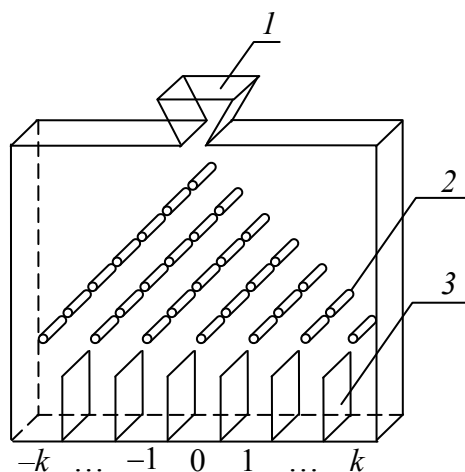


Рис. 2

Описание установки

Для изучения нормального закона распределения используется механическая модель из оргстекла, известная под названием доски Гальтона. В середине верхней части прибора помещена четырехугольная воронка 1 с узкой прямоугольной щелью. Под серединой прямоугольной щели воронки помещена одна из стальных шпильки 2. Остальные шпильки расположены рядами ниже воронки в шахматном порядке. В нижней части устройства

расположен бункер 3, разделенный несколькими перегородками на отдельные ячейки, предназначенные для приема мелких сыпучих тел (шариков). В ходе опыта шарики попадают через щель в устройство. Испытывая соударения со шпильками, каждый шарик продолжает свое движение, пока не достигнет нижней части прибора и не окажется в какой-нибудь ячейке. Формы шариков и шпилек позволяют предположить, что вероятность отскока вправо или влево после каждого соударения будет одна и та же. Поэтому попадание шарика в ту или иную ячейку носит случайный характер.

Вероятность попадания в ячейку можно рассчитать по формуле

$$P_i = \frac{N_i}{N},$$

где N_i – количество шариков в i -й ячейке; N – общее количество шариков.

Так как шарики, используемые в лаборатории, очень малы, то посчитать их количество затруднительно, но при этом количество шариков в i -й ячейке пропорционально высоте заполнения ячейки ℓ_i .

Порядок выполнения работы

1. Записать номера ячеек в табл. 1 так, чтобы центральная ячейка имела номер $i = 0$, а остальные изменялись от $i = -k$ до $i = k$.

Таблица 1

i	i^2	ℓ_{i1}	$P_1(i)$	σ_1	$\rho_1(i, \sigma)$

2. Засыпать в воронку сыпучий материал.

3. Измерить высоты заполнения ячеек ℓ_{i1} . Результаты измерений занести в табл. 1.

4. Рассчитать значения вероятности $P_1(i)$ по формуле

$$P_1(i) = \frac{\ell_{i1}}{\sum_{i=-k}^k \ell_{i1}}.$$

Результаты вычислений занести в табл. 1.

5. Рассчитать значения параметра распределения σ_1 по формуле

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=-k}^k i^2 \cdot \ell_{i1}}{\sum_{i=-k}^k \ell_{i1}}.$$

Результаты вычислений занести в табл. 1.

6. Рассчитать значения функции распределения $\rho_1(i, \sigma)$ по формуле

$$\rho_1(i, \sigma) = \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{i^2}{2\sigma_1^2}}.$$

Результаты вычислений занести в табл. 1.

7. Открыть бункер 3 (см. рис. 2) и освободить его от сыпучего материала.

8. Записать номера ячеек в табл. 2 так, чтобы центральная ячейка имела номер $i = 0$, а остальные изменялись от $i = -k$ до $i = k$.

Таблица 2

i	i^2	ℓ_{i2}	$P_2(i)$	σ_2	$\rho_2(i, \sigma)$

9. Измерить высоты заполнения ячеек ℓ_{i2} . Результаты измерений занести в табл. 2.

10. Рассчитать значения вероятности $P_2(i)$ по формуле

$$P_2(i) = \frac{\ell_{i2}}{\sum_{i=-k}^k \ell_{i2}}.$$

Результаты вычислений занести в табл. 2.

11. Рассчитать значения параметра распределения σ_2 по формуле

$$\sigma_2^2 = \frac{\sum_{i=-k}^k i^2 \cdot \ell_{i2}}{\sum_{i=-k}^k \ell_{i2}}.$$

Результаты вычислений занести в табл. 2.

12. Рассчитать значения функции распределения $\rho_2(i, \sigma)$ по формуле

$$\rho_2(i, \sigma) = \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{i^2}{2\sigma_2^2}}.$$

Результаты вычислений занести в табл. 2.

13. Открыть бункер 3 (см. рис. 2) и освободить его от сыпучего материала.

14. Рассчитать среднее значение вероятности по формуле среднего арифметического, взяв для вычислений значения P_1 и P_2 из табл. 1 и табл. 2 соответственно. Результаты занести в табл. 3.

Таблица 3

i	$P_1(i)$	$P_2(i)$	$P_{cp}(i)$	$\rho_1(i, \sigma)$	$\rho_2(i, \sigma)$	$\rho_{cp}(i, \sigma)$

15. Построить график зависимости P_{cp} от номера ячейки i .

16. Вычислить среднее значение функции распределения $\rho_{cp}(i, \sigma)$ по формуле среднего арифметического, взяв для вычислений значения ρ_1 и ρ_2 из табл. 1 и табл. 2 соответственно. Результаты занести в табл. 3.

17. Построить график зависимости функции распределения ρ_{cp} от номера ячейки i .

Контрольные вопросы

1. В чем заключаются термодинамический и статистический подходы к изучению процессов в макроскопических системах?

2. Дайте определение вероятности.

3. Что называется функцией распределения?

4. Что называется математическим ожиданием и дисперсией?

5. Запишите нормальный закон распределения.

6. Как зависит вид кривой Гаусса от величины параметра распределения?

7. Опишите устройство доски Гальтона, порядок выполнения работы и обработку результатов эксперимента.

Список рекомендуемой литературы

Основная

Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учеб. пособие для вузов: в 5 т. Т. 2. Термодинамика и молекулярная физика / Д. В. Сивухин. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 544 с.

Дополнительная

Савельев, И. В. Курс общей физики : учеб. пособие для вузов: в 5 т. Т. 3. Механика. Молекулярная физика / И. В. Савельев. – М. : КноРус, 2009. – 208 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Справочные данные для лабораторных работ по молекулярной физике

Таблица П1

Коэффициент поверхностного натяжения α

Спирт	Вода
$2,2 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м} = 22 \text{ дин/см}$ (при 20°C)	$7,253 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м} = 72,53 \text{ дин/см}$ (при 20°C)
	$7,178 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м} = 71,78 \text{ дин/см}$ (при 25°C)

Таблица П2

Характеристики некоторых веществ при температуре 20°C

Наименование вещества	Плотность (ρ)		Коэффициент внутреннего трения (вязкость) (η)	
	кг/м ³	г/см ³	Па·с	пз
Воздух	1,293	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$1,66 \cdot 10^{-5}$	$1,66 \cdot 10^{-4}$
Вода дистиллированная	998,2	0,998	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$1,0 \cdot 10^{-2}$
Глицерин	1260	1,26	1,393	13,93
Касторовое масло	960	0,96	1,225	12,25
Этиловый спирт	789	0,789	$1,22 \cdot 10^{-3}$	$1,22 \cdot 10^{-2}$
Железо (сталь)	7874	7,87	–	–
Латунь	8500	8,5	–	–
Медь	8750	8,75	–	–
Свинец	11350	11,35	–	–
Эбонит	1300	1,3	–	–

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	3
------------------	---

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Лабораторная работа № 1

Определение отношения молярных теплоемкостей газов адиабатическим методом.....	4
Теоретические замечания.....	4
Оборудование.....	10
Описание установки.....	10
Порядок выполнения работы.....	10
Контрольные вопросы.....	11

Лабораторная работа № 2

Определение коэффициента поверхностного натяжения жидкости.....	12
Теоретические замечания.....	12
<i>Задание № 1. Определение коэффициента поверхностного натяжения жидкости методом капель...</i>	<i>15</i>
Оборудование.....	16
Описание установки.....	16
Порядок выполнения работы.....	16
Контрольные вопросы.....	18
<i>Задание № 2. Определение коэффициента поверхностного натяжения методом газовых пузырьков (при постоянной температуре).....</i>	<i>18</i>
Оборудование.....	19
Описание установки.....	20
Порядок выполнения работы.....	21
Контрольные вопросы.....	23

Лабораторная работа № 3

Внутреннее трение в жидкостях.....	24
Теоретические замечания.....	24
<i>Задание № 1. Определение коэффициента внутреннего трения жидкости методом Стокса.....</i>	<i>27</i>
Оборудование.....	29
Описание установки.....	29
Порядок выполнения работы.....	29
Контрольные вопросы.....	31
<i>Задание № 2. Определение коэффициента внутреннего трения жидкости с помощью капиллярного вискозиметра.....</i>	<i>31</i>
Оборудование.....	32
Описание установки.....	32
Порядок выполнения работы.....	33
Контрольные вопросы.....	34

Лабораторная работа № 4

Статистические закономерности.....	35
Теоретические замечания.....	35
Оборудование.....	42
Описание установки.....	42
Порядок выполнения работы.....	43
Контрольные вопросы.....	45

<i>Список рекомендуемой литературы.....</i>	<i>45</i>
---	-----------

Приложение.....	46
-----------------	----

Учебное издание

ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ
Термодинамика и молекулярная физика

Учебно-методическое пособие
для студентов физического
и других естественных факультетов

В двух частях

Часть 1

Составители :

Малярчук Владимир Алексеевич,
Романченко Лариса Александровна

Под редакцией профессора *А. А. Игнатьева*

Редактор *И. Ю. Бучко*
Технический редактор *В. В. Володина*
Корректор *Е. Б. Крылова*
Оригинал-макет подготовили *О. Г. Данке, Т. Н. Сиротинина*

Подписано в печать 10.07.2012. Формат 60×84 1/16.
Усл. печ. л. 2,79 (3,0). Тираж 100. Заказ 39.

Издательство Саратовского университета.
410012, Саратов, Астраханская, 83.
Типография Издательства Саратовского университета.
410012, Саратов, Астраханская, 83.