4. *Бердников Г. С.* Графы с контурами в кратномасштабном анализе на группах Виленкина // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2016. Т. 16, вып. 4. С. 377–388. DOI: 10.18500/1816-9791-2016-16-4-377-388.

5. *Бердников Г. С.* Графы в кратномасштабном анализе на группах Виленкина // Тр. матем. центра им. Н. И. Лобачевского. Т. 51. Теория функций, ее приложения и смежные вопросы : материалы Двенадцатой международной Казанской летней научной школы-конференции. 2015. С. 70–72.

УДК 517.5

НАВИГАЦИЯ ПО ГЕОФИЗИЧЕСКИМ ПОЛЯМ И СВЯЗАННЫЕ С НЕЙ ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

В. И. Бердышев, В. Б. Костоусов (Екатеринбург, Россия)
bvi@imm.uran.ru, vkost@imm.uran.ru

Доклад посвящен задачам, которые возникают при исследовании проблем навигации по геофизическим полям [1] и при планировании маршрутов движущихся объектов [2]. Автономная навигация по геофизическим полям является альтернативой спутниковой навигации и все более привлекает внимание исследователей в последнее время.

В докладе формулируется ряд задач, связанных с проблемой навигации:

– простейшие модели процесса навигации;

– задача определения местоположения автономного аппарата с использованием информации о поле в целом и фрагмента поля, снятого при движении;

– задача о наилучшей аппроксимации поля в целом с целью экономного хранения его на борту и быстрого восстановления;

– проблема оценки информативности поля и задача построения наиболее информативного маршрута, т.е. наилучшего маршрута с точки зрения точности навигации при движении по этому маршруту;

– задача планирования траектории движения объекта в условиях наблюдения. Предполагается наличие у объекта скоростного средства поражения, что заставляет наблюдателя для обеспечения безопасности придерживаться определенной тактики движения;

– экстремальная задача поиска оптимальной траектории, минимизирующей максимум видимости объекта при движении по ней;

– задача планирования маршрута при условии, когда наблюдатели неподвижны. Для двух последних постановок предложены эффективные численные методы для их решения, основанные на модификации алгоритма Дейкстры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бердышев В. И., Костоусов В. Б.* Экстремальные задачи и модели навигации по геофизическим полям. Екатеринбург : УрО РАН, 2007.

2. *Попов А. А. Костоусов В. Б., Бердышев В. И.* Траектория объекта, наиболее удаленная от наблюдателей // Proc. International Youth School-Conf. "SoProMat-2017". Yekaterinburg. Russia, 06-Feb.-2017. P. 129–136. URL: http://ceur-ws.org/Vol-1894/vis3.pdf.

УДК 517.9

ТОЧКИ ЛЕБЕГА ДЛЯ ФУНКЦИЙ ИЗ КЛАССОВ СОБОЛЕВА НА СВЯЗНЫХ МЕТРИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВАХ

С. А. Бондарев (Минск, Беларусь)
bsa0393@gmail.com

Классическая теорема Лебега утверждает, что почти всюду для функции $f \in L^p_{\mathrm{loc}}(\mathbb{R}^n), p \geq 1$ выполнено следующее соотношение

$$f(x) = \lim_{r \to 0} \frac{1}{|B(x,r)|} \int\limits_{B(x,r)} f(t)dt, \tag{1}$$

где $B(x,r)$ — евклидов шар с центром в точке x радиуса r. Множество точек, в которых не выполнено соотношение (1), будем называть исключительным. Что если исходная функция f будет более регулярной, например будет принадлежать некоторому функциональному пространству? В частности, исследуются свойства точек Лебега для функций из классов Соболева $W^p_\alpha(X)$ на метрических пространствах с мерой, удовлетворяющей условию удвоения. Пространство X предполагается связным. Мы получаем оценки на «размер» исключительного множества.

Пусть (X,d) — связное метрическое пространство с метрикой d, а регулярная борелевская мера μ удовлетворяет условию удвоения, т.е. для любых шаров $B(x,r)$ и $B(x,R)$, $R > r$, выполнено

$$\mu\big(B(x,R)\big) \leq a_\mu \left(\frac{R}{r}\right)^\gamma \mu\big(B(x,r)\big)$$

для некоторых постоянных a_μ и γ. Тройка (X,d,μ) в этом случае называется пространством однородного типа, а число γ играет роль размерности. Исследуется так называемый предельный случай $\gamma = \alpha p$. Принципиальным является то, что p — произвольное положительное число (требование $p > 1$ необязательно). Для случая $\gamma > \alpha p, p > 0$ соответствующие результаты изложены в [1].

Пусть $\alpha > 0$ и $0 < p < \infty$. Пространство Соболева W^p_α на метрическом пространстве X состоит из множества функций (классов эквивалентности) $f \in L^p(X)$, для которых существует неотрицательная