$\varphi \in H_p^s(\mathbb{R}^n)$ произведение $\varphi \cdot u$ корректно определено и принадлежит пространству $H_q^{-t}(\mathbb{R}^n)$. В случае, когда $p \leqslant q$ и выполнено одно из условий

$$s \geqslant t \geqslant 0, \quad s > n/p, \quad \text{или} \quad t \geqslant s \geqslant 0, \quad t > n/q',$$

где $1/q + 1/q' = 1$, рассматриваемые пространства мультипликаторов удается описать явно, а именно

$$M[H_p^s(\mathbb{R}^n) \to H_q^{-t}(\mathbb{R}^n)] = H_{q,\,unif}^{-t}(\mathbb{R}^n) \cap H_{p',\,unif}^{-s}(\mathbb{R}^n),$$

где $H_{r,\,unif}^{\gamma}(\mathbb{R}^n)$ — пространства равномерно локализованных бесселевых потенциалов.

Для важного случая $s = t < n/\max(p, q')$ доказаны двусторонние вложения

$$H_{r_1,\,unif}^{-s}(\mathbb{R}^n) \subset M[H_p^s(\mathbb{R}^n) \to H_{q'}^{-s}(\mathbb{R}^n)] \subset H_{r_2,\,unif}^{-s}(\mathbb{R}^n),$$

где числа $r_1 > r_2 > 1$ указываются явно.

Полученные результаты имеют важные приложения в теории дифференциальных операторов с коэффициентами-распределениями (обыкновенных и с частными производными), о чем будет рассказано в докладе.

Доклад основан на совместных работах с М. И. Нейман-заде и А. А. Беляевым.

УДК 517.9

О РЕШЕНИЯХ УРАВНЕНИЙ В ПОДГРУППАХ[1]

Ю. Н. Штейников (Москва, Россия)
yuriisht@gmail.com

Пусть G — мультипликативная подгруппа простого конечного поля из p элементов. Определим величины $T_k(G)$:

$$T_k(G) = |\{(x_1, ..., x_k, y_1, ..., y_k) \in G^{2k} : x_1 + ... + x_k = y_1 + ... + y_k\}|.$$

В своем докладе я расскажу о новой оценке для $T_k(G)$ и связанных с ней задачах.

Теорема. *При $|G| < p^{1/2}$ справедлива оценка*

$$T_3(G) = O(|G|^4 \log |G|.)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Heath-Brown D. R., Konyagin S. V.* New bounds for Gauss sums derived from kth powers, and for Heilbronn's exponential sum // Q. J. Math. 2000. Vol. 51, iss. 2. P. 221–235.

[1]Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-50-00005).

2. *Штейников Ю. Н.* Оценки тригонометрических сумм по подгруппам и некоторые их приложения // Матем. заметки. 2015. Т. 98, № 4. С. 606–625.

3. *Murphy B., Rudnev M., Shkredov I. D. , Shteinikov Yu. N.* On the few products, many sums problem. https://arxiv.org/abs/1712.00410.

УДК 519.652

К ЗАДАЧЕ МНОГОМЕРНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ФУНКЦИЙ ДВУХТОЧЕЧНЫМИ МНОГОЧЛЕНАМИ ЭРМИТА ОТ N ПЕРЕМЕННЫХ

В. В. Шустов (Москва, Россия)
vshustov@gosniias.ru

Необходимость использования многомерной интерполяции часто возникает в реальных приложениях, в частности при обработке цифровых изображений или создании моделей полей скоростей в потоке жидкости или газа, а также в электронной картографии с использованием цифровой модели поверхности Земли.

Для случая одной переменной разработаны множество методов интерполяции, основанных на использовании многочленов Лагранжа, сплайн-функций, кривых Безье, B-сплайнов и др. Задача многомерной, в частности, двумерной интерполяции рассматривались в ряде работ, там же отмечены трудности, возникающие при решении этой задачи [1, с. 181; 2, с. 47]. Метод, сводящий многомерную интерполяцию к последовательности одномерных, возможен, но трудоемкость его реализации резко возрастает с увеличением числа переменных $n = 2, 3, 4$ и т.д.

Предлагаемый подход к многомерной интерполяции сеточной функции, заданной на регулярной сетке узлов, относится к локальным методам: значение функции в точке, попадающей в ячейку сетки, определяется значениями сеточной функции и ее производных только в вершинах этой ячейки. Метод основан на использовании двухточечных интерполяционных многочленов Эрмита, рассмотренных в [3], применительно к пространственной задаче многомерной интерполяции.

Для построения многомерной интерполяции требуется обобщение представления двухточечных многочленов Эрмита со случая одной переменной до общего случая n переменных.

Теорема. *Пусть в n-мерной области $\mathbf{D}^n \subset E^n$ задана регулярная сетка узлов* $\mathbf{C}$

$$\mathbf{C} = \left\{x^1_{i^1}\right\}^1_{i^1=0} \times ... \times \left\{x^n_{i^n}\right\}^1_{i^n=0},$$

являющаяся декартовым произведением одномерных сеток вида $C^s = [x^s_0, x^s_1]$, $s = 1, 2...n$. Индекс вверху s означает номер координаты, индекс