УДК 517.518+517.983

НАИЛУЧШЕЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ОПЕРАТОРА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ ЛИНЕЙНЫМИ ОГРАНИЧЕННЫМИ ОПЕРАТОРАМИ И РОДСТВЕННЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ[1]

В. В. Арестов (Екатеринбург, Россия)
vitalii.arestov@urfu.ru

Будет обсуждаться задача Стечкина [1] о наилучшем приближении оператора дифференцирования $D^k = d^k/dt^k$ в пространстве L_q на числовой прямой множеством $\mathcal{L}(N; L_r, L_s)$ линейных ограниченных операторов из L_r в L_s на классе

$$Q^n_{r,p} = \{x \in L_r \colon x^{(n)} \in L_p,\ \|x^{(n)}\|_p \le 1\}$$

при $0 \le k < n$. Задача состоит в исследовании величины

$$E_{n,k}(N) = E_{n,k}(N; r, s; p, q) = \inf\{U(T) \colon T \in \mathcal{L}(N; L_r, L_s)\}, \qquad (1)$$

$$U(T) = \sup\{\|x^{(k)} - Tx\|_q \colon x \in Q^n_{r,p}\}.$$

Эта задача взаимосвязана с нескольким экстремальными задачами теории функций; в первую очередь — с точными неравенствами Колмогорова между классическими и неклассическим нормами последовательных производных дифференцируемых функций [1, 2].

В сообщении будет, в частности, обсуждаться новый случай задачи (1) для значений парметров $p = q = \infty$, $r = s = 2$. Соответствующее неравенство Колмогорова в данном случае имеет вид

$$\|f^{(k)}\|_C \le K\,(\vee f)^{\frac{n-k}{n}}\,\|f^{(n)}\|^{\frac{n-k}{n}}_{L_\infty},$$

где $\vee f$ – вариация функции f на оси $(-\infty, \infty)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Стечкин С. Б.* Наилучшее приближение линейных операторов // Матем. заметки. 1967. Т. 1, вып. 2. С. 137–148.

2. *Арестов В. В.* Приближение неограниченных операторов ограниченными и родственные экстремальные задачи // УМН. 1996. Т. 51, вып. 6. С. 89–124.

3. *Arestov V. V.* On the best approximation of the differentiation operator // Ural Math. J. 2015. Т. 1, № 1. P. 20–29.

[1]Исследования выполнены при поддержке Программы повышения конкурентоспособности УрФУ (постановление № 211 Правительства РФ, контракт № 02.A03.21.0006).