УДК 517.521

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ РАЗНОСТНОГО УРАВНЕНИЯ И ПОЛИНОМЫ, ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ПО СОБОЛЕВУ И ПОРОЖДЕННЫЕ КЛАССИЧЕСКИМИ МНОГОЧЛЕНАМИ ЧЕБЫШЕВА ДИСКРЕТНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Т. И. Шарапудинов (Махачкала, Россия)
sharapudinov@gmail.com

Рассматривается задача Коши для разностного уравнения

$$\sum_{l=0}^{r} a_l(j)\Delta^l y(j) = f(j), \quad j \in \Omega_N = \{0, 1, \dots, N-1\}, \tag{1}$$

с начальными условиями $\Delta^l y(0) = y_l$, $l = 0, 1, \dots, r-1$, где функции a_l, $l = 0, 1, \dots, r-1$, заданы на множестве Ω_N, а $\Delta^l y$ — оператор конечной разности порядка l.

Такая задача представляет интерес не только сама по себе, но и в связи с тем, что к ней может быть сведена проблема о приближенном решении задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения вида

$$\sum_{l=0}^{r} a_l(t)y^{(l)}(t) = f(t) \tag{2}$$

с начальными условиями $y^{(l)}(0) = y_l$, $l = 0, 1, \dots, r-1$.

Заметим, что уравнение (1) можно переписать в следующем рекуррентном виде

$$a_r(j)y(j+r) = \sum_{l=0}^{r-1} b_l(j)y(j+l) + f(j),\ j \in \Omega_N, \tag{3}$$

в котором $b_l(j)$, $l = 0, 1, \dots, r-1$, — заданные функции, определенные на сетке Ω_N. Если функция $|a_r(j)| \geq c > 0$, $j \in \Omega_N$, то точное решение уравнения (1) можно найти с помощью рекуррентной формулы (3). Если же для некоторых $j \in \Omega_N$ будет $a_r(j) = 0$, то однозначно найти соответствующие значения $y(j+r)$ с помощью равенства (3) невозможно. Кроме того, отметим еще, что если значения $f(j)$ функции f, фигурирующей в правой части уравнения (1), содержат погрешности измерений, а их число N велико, то использование рекуррентной формулы (3) для нахождения решения задачи $y = y(j)$ может дать неудовлетворительные результаты даже в том случае, когда $|a_r(j)| \geq c > 0$, $j \in \Omega_N$. Таким образом, возникает задача о поиске альтернативных методов решения уравнения (1).

Предлагается новый подход приближенного решения задачи (1), основанный на разложении искомого решения $y(j)$ на сетке $\Omega_{N+r} = \{0, 1, \dots, N-1+r\}$ в конечный ряд Фурье по полиномам $\tau_{r,n}^{\alpha,\beta}(x, N)$, $(n = 0, 1, \dots, N-1+r)$, ортогональным по Соболеву в смысле скалярного произведения

$$\langle \tau_{r,n}^{\alpha,\beta}, \tau_{r,m}^{\alpha,\beta} \rangle = \sum_{k=0}^{r-1} \Delta^k \tau_{r,n}^{\alpha,\beta}(0) \Delta^k \tau_{r,m}^{\alpha,\beta}(0) + \sum_{j=0}^{N-1} \Delta^r \tau_{r,n}^{\alpha,\beta}(j) \Delta^r \tau_{r,m}^{\alpha,\beta}(j) \mu(j),$$

где $\alpha, \beta > -1$, $\mu(x)$ — дискретная весовая функция, задаваемая равенством

$$\mu(x) = \mu(x; \alpha, \beta, N) = \frac{\Gamma(N) 2^{\alpha+\beta+1}}{\Gamma(N+\alpha+\beta+1)} \frac{\Gamma(x+\beta+1)\Gamma(N-x+\alpha)}{\Gamma(x+1)\Gamma(N-x)}.$$

Полиномы $\tau_{r,n}^{\alpha,\beta}(x, N)$ определяются через классические полиномы Чебышева дискретной переменной с помощью следующих равенств:

$$\tau_{r,k}^{\alpha,\beta}(x, N) = \frac{x^{[k]}}{k!} \quad (k = 0, 1, \dots, r-1),$$

$$\tau_{r,k+r}^{\alpha,\beta}(x, N) = \frac{1}{(r-1)!} \sum_{t=0}^{x-r} (x-1-t)^{[r-1]} \tau_k^{\alpha,\beta}(t, N).$$

УДК 517.518.23

МУЛЬТИПЛИКАТОРЫ В ПРОСТРАНСТВЕ БЕССЕЛЕВЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ С СИНГУЛЯРНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

А. А. Шкаликов (Москва, Россия)
shkalikov@mi.ras.ru

В докладе будут представлены последние результаты об описании пространств мультипликаторов действующих из одного пространства бесселевых потенциалов $H_p^s(\mathbb{R}^n)$ в другое пространство $H_q^{-t}(\mathbb{R}^n)$. Основное внимание будет уделено случаю, когда индексы гладкости этих пространств разного знака, т.е. $s, t \geqslant 0$. Соответствующее пространство мультипликаторов состоит из распределений u, таких, что для всех