УДК 517.538

СХОДИМОСТЬ РЯДОВ ФУРЬЕ ПО ПОЛИНОМАМ ЯКОБИ В ВЕСОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ ЛЕБЕГА С ПЕРЕМЕННЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

И. И. Шарапудинов,Т. Н. Шах-Эмиров (Махачкала, Россия)
sharapud@mail.ru, tadgius@gmail.com

Пусть E произвольное множество, на котором задана мера Лебега m, $p = p(x)$ — неотрицательная m — измеримая функция, заданная на E. Через $L_m^{p(x)}(E)$ обозначим пространство m-измеримых функций $f = f(x)$, заданных на E, для которых конечен интеграл Лебега $\int_E |f(x)|^{p(x)} m(dx)$. Если $p = p(x)$ существенно ограничена на E, то, как показано в [1], $L_m^{p(x)}(E)$ является линейным топологическим пространством, в котором при дополнительном условии $1 \leq p(x) \leq \overline{p} < \infty$ можно ввести норму

$$\|f\|_{p(\cdot)}(E) = \inf\{\alpha > 0 : \int_E \left|\frac{f(x)}{\alpha}\right|^{p(x)} m(dx) \leq 1\},$$

которая превращает $L_m^{p(x)}(E)$ в банахово пространство. Если $E \in \mathbb{R}^n$, $m(dx) = w(x)dx$, мы будем писать $L_w^{p(x)}(E)$ вместо $L_m^{p(x)}(E)$ и называть $L_w^{p(x)}(E)$ весовым пространством Лебега с переменным показателем $p(x)$ и весом $w = w(x)$.

В настоящей работе рассмотрена задача о базисности системы полиномов Якоби $P_n^{\alpha,\beta}(x)$ в весовом пространстве Лебега $L_\mu^{p(x)}([-1,1])$ с переменным показателем $p(x)$ и весом $\mu = \mu(x) = (1-x)^\alpha(1+x)^\beta$. В случае $\alpha, \beta > -1/2$ показано, что если переменный показатель $p = p(x)$ подчинен на $[-1,1]$ некоторым естественным условиям, то ортонормированная система полиномов Якоби $p_n^{\alpha,\beta}(x) = (h_n^{\alpha,\beta})^{-\frac{1}{2}} P_n^{\alpha,\beta}(x)$ (n=0,1,...) является базисом в $L_\mu^{p(x)}([-1,1])$, если $4\frac{\alpha+1}{2\alpha+3} < p(1) < 4\frac{\alpha+1}{2\alpha+1}$, $4\frac{\beta+1}{2\beta+3} < p(-1) < 4\frac{\beta+1}{2\beta+1}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шарапудинов И. И.* О топологии пространства $L^{p(x)}([0,1])$ // Матем. заметки. 1979. Т. 26, вып. 4. С. 613–632.