2. *Андрейченко Д. К., Андрейченко К. П.* Моделирование, анализ и синтез комбинированных динамических систем : учеб. пособие. Саратов : Райт-Экспо, 2013. 144 с.

3. *Портенко М. С., Мельничук Д. В., Андрейченко Д. К.* Условия аналитичности характеристического и возмущающих квазимногочленов комбинированных динамических систем // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2016. Т. 16, вып. 2. С. 208–217. DOI: 10.18500/1816-9791-2016-16-2-208-217.

4. *Андрейченко Д. К., Андрейченко К. П., Мельничук Д. В., Портенко М. С.* Адаптивный алгоритм параметрического синтеза комбинированных динамических систем // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2016. Т. 16, вып. 4. С. 465–475. DOI: 10.18500/1816-9791-2016-16-4-465-475.

5. *Хайрер Э., Ваннер Г.* Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. М : Мир, 1999. 512 с.

УДК 517.518

О СХОДИМОСТИ ПОЧТИ ВСЮДУ ПО ПРЯМОУГОЛЬНИКАМ КРАТНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ РЯДОВ ФУРЬЕ[1]

Н. Ю. Антонов (Екатеринбург, Россия)
Nikolai.Antonov@imm.uran.ru

Пусть $d \in \mathbb{N}$; $\mathbb{T}^d = [0, 2\pi)^d$ — d-мерный тор; $\varphi : [0, +\infty) \to [0, +\infty)$ — неубывающая функция; $\varphi(L)(\mathbb{T}^d)$ — множество определенных на $\mathbb{T}^d$ комплекснозначных функций f, для которых функция $\varphi(|f|)$ суммируема на $\mathbb{T}^d$; $C(\mathbb{T}^d)$ — множество функций, непрерывных на $\mathbb{T}^d$. Для $f \in L\,(\mathbb{T}^d)$ и вектора $\mathbf{n} = (n_1, n_2, ..., n_d)$ с неотрицательными целочисленными координатами через $S_{\mathbf{n}}(f, \mathbf{x})$ будем обозначать значение $\mathbf{n}$-й прямоугольной частичной суммы кратного тригонометрического ряда Фурье функции f в точке $\mathbf{x} \in \mathbb{T}^d$.

Пусть $\lambda \geq 1$. Кратный ряд Фурье функции f называется λ-сходящимся в точке $\mathbf{x} \in \mathbb{T}^d$, если существует предел

$$\lim_{\min\{n_j : 1 \leq j \leq d\} \to +\infty} S_{\mathbf{n}}(f, \mathbf{x}), \tag{1}$$

рассматриваемый только по тем векторам $\mathbf{n} = (n_1, n_2, \ldots, n_d)$, для которых $1/\lambda \leq n_i/n_j \leq \lambda$, $1 \leq i, j \leq d$. В случае $\lambda = 1$ λ-сходимость называется сходимостью по кубам, а в случае $\lambda = +\infty$, то есть без ограничений на соотношения между координатами вектора $\mathbf{n}$, — сходимостью по Прингсхейму.

Известно [1], что если $f \in L(\ln^+ L)^d \ln^+ \ln^+ \ln^+ L(\mathbb{T}^d)$, то кратный тригонометрический ряд Фурье функции f сходится почти всюду на $\mathbb{T}^d$.

[1]Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект 14-11-00702).

С другой стороны [2], для каждого $m \in \mathbb{N}$ существует функция $f \in \in C(\mathbb{T}^{2m})$, модуль непрерывности которой удовлетворяет условию

$$\omega(f, \delta) = O\left(\ln^{-m}(1/\delta)\right), \quad \delta \to +0,$$

и такая, что ее ряд Фурье λ-расходится всюду для всех $\lambda > 1$.

Пусть $\Lambda = \{\lambda_\nu\}_{\nu=1}^{\infty}$ — невозрастающая последовательность положительных чисел. Положим

$$\Omega_\Lambda = \left\{\mathbf{n} = (n_1, n_2, \ldots, n_d) \in \mathbb{N}^d : \frac{1}{1+\lambda_{n_i}} \le \frac{n_i}{n_j} \le 1 + \lambda_{n_j},\ 1 \le i, j \le d\right\}.$$

Кратный ряд Фурье функции $f \in L(\mathbb{T}^d)$ назовем Λ-сходящимся в точке $\mathbf{x} \in \mathbb{T}^d$, если существует предел (1), рассматриваемый только по векторам $\mathbf{n} \in \Omega_\Lambda$. Заметим, что если $\lambda_\nu \equiv \lambda - 1$ для некоторого $\lambda > 1$, то условие Λ-сходимости превращается в определенное выше условие λ-сходимости. А если $\lambda_\nu \to 0$ при $\nu \to \infty$, то условие Λ-сходимости является более слабым, чем условие λ-сходимости при любом $\lambda > 1$.

Теорема 1. *Пусть невозрастающая последовательность положительных чисел $\Lambda = \{\lambda_\nu\}_{\nu=1}^{\infty}$ удовлетворяет условию*

$$\lambda_\nu = O\left(\frac{1}{\nu}\right), \tag{2}$$

функция $\varphi\colon\ [0, +\infty) \to [0, +\infty)$ выпуклая на $[0, +\infty)$ и такая, что $\varphi(u)u^{-1}$ не убывает на $[u_0, +\infty)$, а функция $\varphi(u)u^{-1-\delta}$ убывает на $[u_0, +\infty)$ при некотором $u_0 \ge 0$ и любом $\delta > 0$. Предположим, что тригонометрический ряд Фурье любой функции $g \in \varphi(L)(\mathbb{T})$ сходится почти всюду на $\mathbb{T}$. Тогда для любого $d \ge 2$ кратный тригонометрический ряд Фурье любой функции f из класса $\varphi(L)(\ln^+ L)^{d-1}(\mathbb{T}^d)$ Λ-сходится почти всюду на $\mathbb{T}^d$ [4].

Следствием теоремы 1 и результата работы [3] является следующая

Теорема 2. *Пусть невозрастающая последовательность положительных чисел $\Lambda = \{\lambda_\nu\}_{\nu=1}^{\infty}$ удовлетворяет условию (2), $d \ge 2$. Тогда кратный тригонометрический ряд Фурье любой функции f из класса $L(\ln^+ L)^d(\ln^+ \ln^+ \ln^+ L)(\mathbb{T}^d)$ Λ-сходится почти всюду на $\mathbb{T}^d$ [4].*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Антонов Н. Ю.* О сходимости почти всюду по кубам кратных тригонометрических рядов Фурье // Изв. РАН. Сер. матем. 2004. Т. 68, вып. 2. С. 3–22.

2. *Бахвалов А. Н.* О λ-расходимости всюду ряда Фурье непрерывной функции многих переменных // Матем. заметки. 2002. Т. 72, № 4. С. 490–501.

3. *Antonov N. Yu.* Convergence of Fourier series // East Journal on Approximations. 1996. Vol. 2, № 2. P. 187–196.

4. *Antonov N. Yu.* On Λ-convergence almost everywhere of multiple trigonometric Fourier series // Ural Math. J. 2017. Vol. 3, № 2. P. 14–21.