2. Полиномиально-экспоненциальные методы суммирования

Пусть $\pi_n(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots$, $a_n > 0$, — произвольный многочлен n-й степени; введем

$$W_h(f; x; \Lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} \exp -h\pi_n(k)) \quad c_k(f)p_k(x).$$

Можно показать, что справедливы утверждения теорем 1 и 2.

3. Обобщенное уравнение теплопроводности

Пусть $\{q_n(x)\}_n^\infty = 0$ — система полиномов n-й степени, ортонормированных относительно скалярного произведения (1), которые по непрерывной переменной x являются собственными функциями дифференциального оператора D: $D_x q_n = \mu n q_n(x)$, $n = 0, 1, 2, \dots$, $\mu_n \to -\infty$, $n \to +\infty$.

Рассмотрим задачу Дирихле для обобщенного уравнения теплопроводности: $\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = D_x u(x,t)$, $\lim\limits_{t\to 0} u(x,t) = f(x)$.

Общее решение (в смысле С. Бохнера) имеет вид

$$u(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} e_n^{\mu} t c_n(f) q_n(x), \quad c_n(f) = \langle f, q_n \rangle \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Изложенные выше результаты позволяют исследовать обобщенное уравнение теплопроводности.

Замечание. Для тригонометрических рядов Фурье теоремы 1 и 2 получены в совместных работах с А. Д. Нахманом.

УДК 517.53

О ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ ОДНОГО КЛАССА ЦЕЛЫХ ФУНКЦИЙ В КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ

О. В. Охлупина (Брянск, Россия)
helga131081@yandex.ru

Пусть C — комплексная плоскость, $H(C)$ — множество всех целых функций в C. Если $f \in H(C)$, то обозначим через $n(r)$ число нулей функции f в круге $|z| \le r$.

При всех $0 < p < +\infty$ введем в рассмотрение класс целых функций:

$$A_\rho^p(C) = \left\{ f \in H(C) : \int_1^{+\infty} \frac{(\ln M(r,f))^p}{r^{1+\rho}} dr < +\infty \right\},$$

где $M(r,f)=\max\limits_{|z|=r}|f(z)|$.

Фактор Вейерштрасса имеет вид:

$$A\left(\frac{z}{z_k},q\right)=\left(1-\frac{z}{z_k}\right)\exp\left\{\frac{z}{z_k}+\frac{1}{2}\left(\frac{z}{z_k}\right)^2+...+\frac{1}{q}\left(\frac{z}{z_k}\right)^q\right\},$$

где q — наименьшее целое число, для которого $\int\limits_0^{+\infty} t^{-q-1}n(t)dt=+\infty$, $q>0$, $|z|<t$, $n(r)=\{card z_k:|z|\leq r\}$ (см. [1, 2]).

Замечание. Отметим, что для класса $A^p_{\omega,\rho}(C)$ с весом автором была получена характеризация корневых множеств в работе [3].

Теорема. *Пусть $0<p<+\infty$. Тогда следующие утверждения равносильны:*

1) $f\in A^p_{\omega,\rho}(C)$;

2) f допускает представление $f(z)=A\left(\frac{z}{z_k},q\right)\cdot\exp\{P_m(z)\}$, $m<\frac{\rho}{p}$, $\frac{\rho}{p}$ — не целое число. При этом нули z_k, $k=0,1,...$, функции f удовлетворяют условию $\sum\limits_{k=0}^{\infty}\frac{(n(2^k))^p}{2^{k\rho}}<+\infty$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гольдберг А. А., Островский И. В.* Распределение значений мероморфных функций. М. : Наука, 1979.
2. *Левин Б. Я.* Распределение корней целых функций. М. : Гостехиздат, 1956.
3. *Охлупина О. В.* Обобщение теоремы Валирона на случай целых функций с весом // Вестн. Брянск. гос. ун-та. Сер. точные и естественные науки. 2015. № 3. С. 400–408.

УДК 517.54

ОЦЕНКИ ПРОИЗВОДНОЙ ШВАРЦА ГОЛОМОРФНЫХ ФУНКЦИЙ[1]

Н. А. Павлов (Владивосток, Россия)
npamcs@gmail.com

Рассмотрим класс $\mathfrak{B}_1$ функций f голоморфных в единичном круге $U_z=\{z:|z|<1\}$, $\operatorname{Re} f\geq 0$, с разложением:

$$f(z)=a_1(z-1)+a_2(z-1)^2+a_3(z-1)^3+\angle o((z-1)^3),\quad z\to 1,\quad (1)$$

где $\angle o((z-1)^3)$ означает бесконечно малую по сравнению с функцией $(z-1)^3$ при $z\to 1$ в любом углу Штольца с вершиной в 1, лежащем в

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект № 14-11-00022-П).